

Arithmetik – Textgleichungen mit zwei Variablen

Lösungsblatt 3

Lösen Sie folgende Textgleichungen!

Die Schwestern Lisa und Lena haben einen Altersunterschied von 4 Jahren.
Vor zehn Jahren war Lisa doppelt so alt wie Lene. Wie alt sind die Schwestern?

	Alter heute:	Altersunterschied:	Alter vor 10 Jahren
Lisa:	x	$x = y + 4$	$x - 10$
Lena:	y	$x - y = 4$	$y - 10$

$$\begin{aligned}
 I: \quad x - y &= 4 && \rightarrow I: \quad x = y + 4 \\
 II: \quad (x - 10) &= 2 \cdot (y - 10) && \rightarrow II: \quad x - 10 = 2y - 20 && \rightarrow y + 4 - 10 = 2y - 20 \\
 &&&&&& -y = -14 && \rightarrow \underline{y = +14}
 \end{aligned}$$

Lisa: $y + 4 = 14 + 4 = \underline{18 \text{ Jahre}}$ vor zehn Jahren: 8 Jahre
Lena: $y = \underline{14 \text{ Jahre}}$ vor zehn Jahren: 4 Jahre ($\rightarrow 8 : 2 = 4$)

Mutter und Tochter haben einen Altersunterschied von 26 Jahren.
In 20 Jahren ist die Mutter doppelt so alt wie die Tochter. Wie alt sind Mutter und Tochter?

	Alter heute:	Altersunterschied:	Alter in 20 Jahren
Mutter:	x	$x = y + 26$	$x + 20$
Tochter:	y	$x - y = 26$	$y + 20$

$$\begin{aligned}
 I: \quad x - y &= 26 && \rightarrow I: \quad x = y + 26 \\
 II: \quad (x + 20) &= 2 \cdot (y + 20) && \rightarrow II: \quad x + 20 = 2y + 40 && \rightarrow y + 26 + 20 = 2y + 40 \\
 &&&&&& -y = -6 && \rightarrow \underline{y = +6}
 \end{aligned}$$

Mutter: $y + 26 = 6 + 26 = \underline{32 \text{ Jahre}}$ in zwanzig Jahren: 52 Jahre
Tochter: $y = \underline{6 \text{ Jahre}}$ in zwanzig Jahren: 26 Jahre ($\rightarrow 26 \cdot 2 = 52$)

Gibt man zur Länge eines Rechteckes 3 cm und nimmt man von der Breite 2 cm, so wird der ursprüngliche Flächeninhalt um 1 cm^2 größer. Nimmt man aber von der Länge des ursprünglichen Rechteckes 3 cm und gibt man zur Breite 3 cm, so wird der ursprüngliche Flächeninhalt um 12 cm^2 größer. Berechnen Sie die Länge und Breite des ursprünglichen Rechteckes!

Flächeninhalt:	//	Flächeninhalt	//	Flächeninhalt
	//	mit geänderter Seitenlänge:	//	mit geänderter Seitenlänge:
$l \cdot b = A$	//	$A_1: (l + 3) \cdot (b - 2) = l \cdot b + 1$	//	$A_2: (l - 3) \cdot (b + 3) = l \cdot b + 12$

$$\begin{aligned}
 I: \quad (l + 3) \cdot (b - 2) &= l \cdot b + 1 \\
 II: \quad (l - 3) \cdot (b + 3) &= l \cdot b + 12 \\
 I: \quad l \cdot b + 3 \cdot b - 2 \cdot l - 6 &= l \cdot b + 1 && // \\
 II: \quad l \cdot b - 3 \cdot b + 3 \cdot l - 9 &= l \cdot b + 12 && // + \\
 2 \cdot l \cdot b + l - 15 &= 2 \cdot l \cdot b + 13 && // + 15 \quad l \cdot b + 3 \cdot b - 2 \cdot l - 6 = l \cdot b + 1 \\
 &&& \underline{l = 28 \text{ cm}} && + 3 \cdot b - 2 \cdot 28 - 6 = +1 \\
 &&& && + 3 \cdot b - 62 = +1 \\
 &&& && + 3 \cdot b = +63 \\
 &&& && \underline{b = +21 \text{ cm}}
 \end{aligned}$$

A: $l \cdot b = 28 \cdot 21 = 588 \text{ cm}^2$
 $A_1: l \cdot b = 31 \cdot 19 = 589 \text{ cm}^2$
 $A_2: l \cdot b = 25 \cdot 24 = 600 \text{ cm}^2$