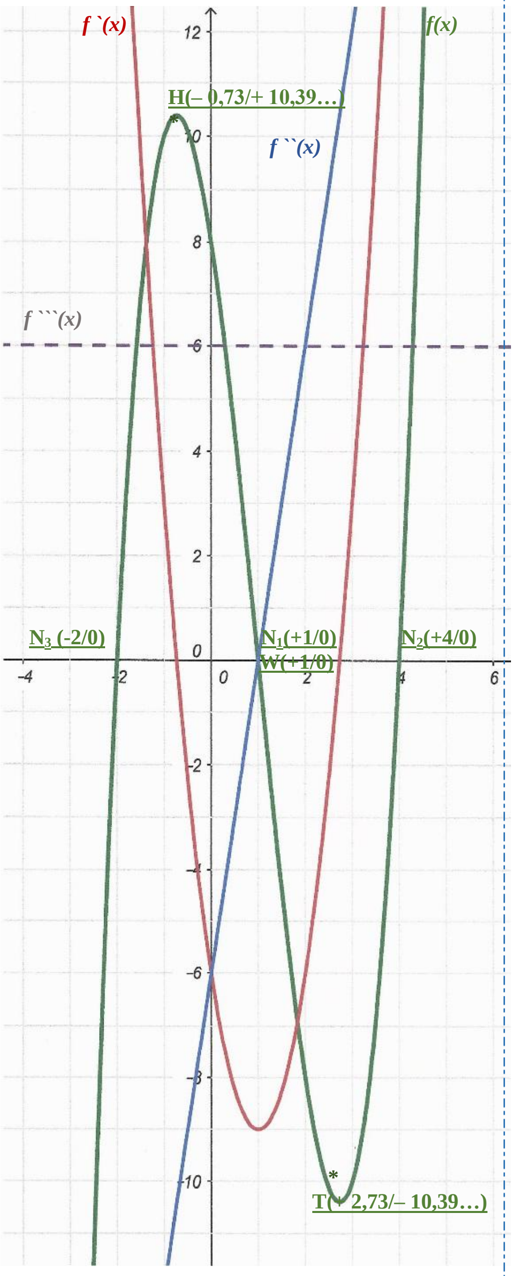
Funktionen – Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkt, Wendestelle

Lösungsblatt 1

Funktionen und der Zusammenhang ihrer Ableitungen

*Bilden Sie die Ableitungen f `, f `` und f ``` der gegebenen Funktion und berechnen Sie die Koordinaten der **N**ullstellen, des **H**ochpunktes, **T**iefpunktes und **W**endepunktes der Funktion!*



$x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$

f(x): $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

f(x): $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 8 \rightarrow y` = 3 . x^2 - 2 . 3x - 6 . 1$

f `(x):** $y` = 3 . x^2 - 6.x - 6$ → ***1. Ableitung → Parabel*

f `(x): $y` = 3 . x^2 - 6.x - 6 \rightarrow y`` = 3 . 2 . x - 6 . 1$

f ``(x):** $y`` = 6 . x - 6$ → ***2. Ableitung → Gerade*

f ``(x): $y`` = 6 . x - 6 \rightarrow y``` = 6 . 1$

f ```(x): $y``` = 6$ → ***3. Ableitung → Gerade, parallel zur x - Achse***

Berechnung der Nullstellen: N

f(x): $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ **$x_1 = +1$**

$(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) : (x - 1) = x^2 - 2x - 8$

$\pm x^3 \mp x^2$

$- 2x^2 - 6x$

$\mp 2x^2 \pm 2x$

$- 8x + 8$

$\mp 8x \pm 8$

$0 \quad 0$

$x_1 = +1; \rightarrow N_1 = (+1/0)$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x_{2,3} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} = \frac{+2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 8}$$

$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{9}; \rightarrow x_{2,3} = 1 \pm 3$

$x_2 = +4; \rightarrow N_2 = (+4/0)$

$x_3 = -2; \rightarrow N_3 = (-2/0)$

Berechnung der Extremstellen: *H* und *T*

f `(x): $y` = 3. x^2 - 6.x - 6 \quad |:3$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\ ; \rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 2}\ ; \rightarrow$$

$x_1 = 1 + \sqrt{3} = +2{,}73$; $x_2 = 1 - \sqrt{3} = -0{,}73$;

$y_1 = x_1^3 - 3x_1^2 - 6x_1 + 8$ $y_2 = x_2^3 - 3x_2^2 - 6x_2 + 8$

$y_1 = -10{,}392283$ **$y_2 = +10{,}392283$**

T = (+ 2,73/– 10,392283) **H = (– 0,73/+ 10,392283)**

Berechnung des Wendepunktes: W

f ``(x): $y`` = 6 . x - 6 \rightarrow 6\ x - 6 = 0 \rightarrow$ **$x = 1;$**

$y = x^3 - 3x^2 - 6x + 8 \rightarrow y = 1^3 - 3.1^2 - 6.1 + 8;$ **$y = 0;$** **W=(+1/0)**