Rechnen mit Vektoren – verschiedene Beispiele

Lösungsblatt 1

Von einem Vektor ist die Länge gegeben. Berechnen Sie die fehlende Koordinate!

$\lvert\vec{a}\rvert = 5;\quad \vec{a} = \begin{vmatrix} +3 \\ y \end{vmatrix};$

$5 = \sqrt{3^2 + y^2}$

$5^2 = 3^2 + y^2$

$y^2 = 25 - 9$

$y = \sqrt{16} = \pm 4 \qquad \vec{a} = \begin{vmatrix} +3 \\ \pm 4 \end{vmatrix};$

$\lvert\vec{b}\rvert = 10;\quad \vec{b} = \begin{vmatrix} x \\ +6 \end{vmatrix};$

$10 = \sqrt{x^2 + 6^2}$

$10^2 = x^2 + 6^2$

$x^2 = 100 - 36$

$x = \sqrt{64} = \pm 8 \qquad \vec{b} = \begin{vmatrix} \pm 8 \\ +6 \end{vmatrix};$

$\lvert\vec{c}\rvert = 2 \,.\, \sqrt{5};\quad \vec{c} = \begin{vmatrix} -2 \\ y \end{vmatrix};$

$2 \,.\, \sqrt{5} = \sqrt{(-2)^2 + y^2}$

$(2 \,.\, \sqrt{5})^2 = (-2)^2 + y^2$

$y^2 = 4 \,.\, 5 - 4$

$y = \sqrt{16} = \pm 4 \qquad \vec{c} = \begin{vmatrix} -2 \\ \pm 4 \end{vmatrix};$

Sind die gegebenen Vektoren zueinander parallel?

$\vec{a} = \begin{vmatrix} +3 \\ -2 \end{vmatrix};\qquad \vec{b} = \begin{vmatrix} -12 \\ +8 \end{vmatrix};$

$\begin{vmatrix} +3 \\ -2 \end{vmatrix} \qquad (-4) \,.\, \begin{vmatrix} +3 \\ -2 \end{vmatrix};$

$\vec{a}$ ist zu $\vec{b}$ parallel.

$\vec{c} = \begin{vmatrix} -5 \\ +4 \end{vmatrix};\qquad \vec{d} = \begin{vmatrix} +15 \\ -12 \end{vmatrix};$

$\begin{vmatrix} -5 \\ +4 \end{vmatrix} \qquad (-3) \,.\, \begin{vmatrix} -5 \\ +4 \end{vmatrix};$

$\vec{c}$ ist zu $\vec{d}$ parallel.

$\vec{r} = \begin{vmatrix} +6 \\ +2 \end{vmatrix};\quad \vec{s} = \begin{vmatrix} +3 \\ -1 \end{vmatrix};$

$\begin{vmatrix} +6 \\ +2 \end{vmatrix} : 2 \rightarrow \begin{vmatrix} +3 \\ +1 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} +3 \\ -1 \end{vmatrix};$

$\vec{r}$ ist zu $\vec{s}$ nicht parallel.

Geben Sie zum gegebenen Vektor einen Normalvektor an!

Beachten Sie den Wechsel der Vorzeichen ` + ` und ` - ` !

Anleitung: $\vec{a} = \begin{vmatrix} +x \\ +y \end{vmatrix}; \quad \rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -y \\ +x \end{vmatrix}; \quad \rightarrow \quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +y \\ -x \end{vmatrix};$

$\vec{a} = \begin{vmatrix} +3 \\ -2 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} +2 \\ +3 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} -2 \\ -3 \end{vmatrix};$

$\vec{b} = \begin{vmatrix} -12 \\ +8 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -8 \\ -12 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +8 \\ +12 \end{vmatrix};$

$\vec{c} = \begin{vmatrix} -5 \\ +4 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -4 \\ -5 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \end{vmatrix};$

$\vec{d} = \begin{vmatrix} +15 \\ -12 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} +12 \\ +15 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} -12 \\ -15 \end{vmatrix};$

$\vec{r} = \begin{vmatrix} +6 \\ +2 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -2 \\ +6 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +2 \\ -6 \end{vmatrix};$

$\vec{s} = \begin{vmatrix} +3 \\ -1 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} +1 \\ +3 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} -1 \\ -3 \end{vmatrix};$

A(+5/-3), B(+7/+4);

$\overrightarrow{AB} = \begin{vmatrix} +2 \\ +7 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -7 \\ +2 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +7 \\ -2 \end{vmatrix};$

C(+8/-3), D(+3/+1);

$\overrightarrow{CD} = \begin{vmatrix} -5 \\ +4 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} -4 \\ -5 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \end{vmatrix};$

S(+2/+8), T(+4/+4);

$\overrightarrow{ST} = \begin{vmatrix} +2 \\ -4 \end{vmatrix};$

$\rightarrow \quad \vec{n}_1 = \begin{vmatrix} +4 \\ +2 \end{vmatrix};\quad \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} -4 \\ -2 \end{vmatrix};$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Rechnen mit Vektoren in der Ebene, Normalvektor