# Vektoren – Umfang von Flächen – Winkel zwischen zwei Vektoren

*Lösungsblatt 1*

*Die Eckpunkte eines Dreiecks haben folgende Koordinaten: A(2/2), B(10/4) und C(6/8). Berechnen Sie mithilfe der Vektoren die Länge der Seiten a, b, c und den Umfang des Dreiecks!*

$\overrightarrow{AB} = \vec{c} = \begin{pmatrix} +10 & -2 \\ +4 & -2 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} +8 \\ +2 \end{pmatrix}$; $|\vec{c}| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$; $\underline{c = 8{,}24}$

$\overrightarrow{BC} = \vec{a} = \begin{pmatrix} +6 & -10 \\ +8 & -4 \end{pmatrix}$; $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ +4 \end{pmatrix}$; $|\vec{a}| = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$; $\underline{a = 5{,}65}$

$\overrightarrow{CA} = \vec{b} = \begin{pmatrix} +2 & -6 \\ +2 & -8 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$; $|\vec{b}| = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$; $\underline{b = 7{,}21}$

$U = a + b + c \rightarrow 5{,}65 + 7{,}21 + 8{,}24 \rightarrow \underline{U = 21{,}10}$

*Von einem Quadrat sind die Koordinaten der Punkte A(0/0) und B(8/2) bekannt. Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C(1. Quadrant!) und D, die Seitenlänge a, den Umfang und die den Flächeninhalt!*

$\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \begin{pmatrix} +8 & -0 \\ +2 & -0 \end{pmatrix}$; $\vec{a} = \begin{pmatrix} +8 \\ +2 \end{pmatrix}$; $|\vec{a}| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$; $\underline{a = 8{,}24}$

$\overrightarrow{BC}$ ist ein Normalvektor auf $\overrightarrow{AB}$, daher ist $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ +8 \end{pmatrix}$;

$C = B + \overrightarrow{BC} \rightarrow C = \begin{pmatrix} +8 \\ +2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ +8 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{C = \begin{pmatrix} +6 \\ +10 \end{pmatrix}}$ || $U = 4 \cdot a$; $U = 4 \cdot 8{,}24$

$\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{AD}$, daher ist $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -2 \\ +8 \end{pmatrix}$; || $\underline{U = 32{,}96}$

$D = A + \overrightarrow{AD} \rightarrow D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ +8 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{D = \begin{pmatrix} -2 \\ +8 \end{pmatrix}}$ || $A = a^2$; $A = 8{,}24^2$; $\underline{A = 68}$

*Bestimmen Sie den Winkel zwischen den gegebenen Vektoren!*

$\vec{a} = \begin{pmatrix} +8 \\ +16 \end{pmatrix}$ \`gekürzt\` $\begin{pmatrix} +1 \\ +2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} +9 \\ +3 \end{pmatrix}$ \`gekürzt\` $\begin{pmatrix} +3 \\ +1 \end{pmatrix}$;

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} +1 \\ +2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} +3 \\ +1 \end{pmatrix} = 3 + 2 = \underline{5}$ $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ $|\vec{b}| = \sqrt{10}$

$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}$; $\underline{\alpha = 45°}$

$\vec{c} = \begin{pmatrix} +1 \\ +4 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} +2 \\ +5 \end{pmatrix}$

$\vec{c} \cdot \vec{d} = \begin{pmatrix} +1 \\ +4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} +2 \\ +5 \end{pmatrix} = 2 + 20 = 22$ $|\vec{c}| = \sqrt{17}$ $|\vec{d}| = \sqrt{29}$

$\cos\alpha = \frac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|}$ $\cos\alpha = \frac{22}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{29}}$; $\underline{\alpha = 7{,}76°}$



© 2017 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at

© 2017 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at