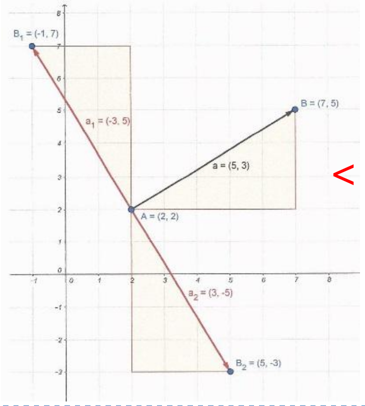
Vektoren – Normalvektoren und Normalprojektion

Arbeitsblatt 1

Normalvektor und Normalprojektion eines Vektors auf einen anderen Vektor:



Durch die Drehung des Vektors $\vec{a}\begin{pmatrix} xa \\ ya \end{pmatrix}$ *um + 90° bzw. – 90° geht dieser Vektor in die Normalvektoren* $\vec{a}_1\begin{pmatrix} -ya \\ +xa \end{pmatrix}$ *und* $\vec{a}_2\begin{pmatrix} +ya \\ -xa \end{pmatrix}$ *über.*

< << **Beispiel:** A(+2/+2); B(+7/+5); → $\vec{a} = \begin{pmatrix} +5 \\ +3 \end{pmatrix}$;

+ 90°: $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ +5 \end{pmatrix}$; $B_1 = A + \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ +5 \end{pmatrix}$; $B_1(-1/+7)$;

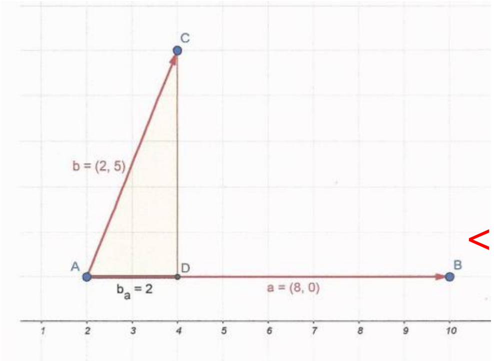
– 90°: $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} +3 \\ -5 \end{pmatrix}$; $B_2 = A + \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} +2 \\ +2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +3 \\ -5 \end{pmatrix}$; $B_2(+5/-3)$;

Ermitteln Sie von den gegebenen Vektoren die Normalvektoren!

$\vec{b} = \begin{pmatrix} +4 \\ -3 \end{pmatrix}$; + 90°: $\vec{b}_1 =$; – 90°: $\vec{b}_2 =$;

$\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ +4 \end{pmatrix}$; + 90°: $\vec{c}_1 =$; – 90°: $\vec{c}_2 =$;

$\vec{d} = \begin{pmatrix} +2 \\ +5 \end{pmatrix}$; + 90°: $\vec{d}_1 =$; – 90°: $\vec{d}_2 =$;



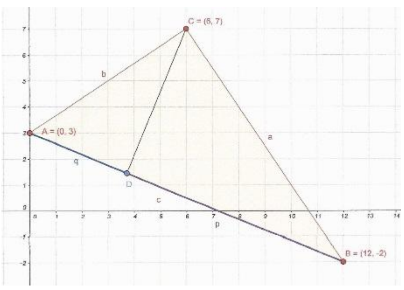
Wird vom Endpunkt C des Vektors $\vec{b}$ eine Normale auf den Vektor $\vec{a}$ errichtet, so erhält man den Punkt D bzw. die Strecke AD. Die Länge dieser Strecke ist die Normalprojektion des Vektors $\vec{b}$ auf den Vektor $\vec{a}$. → $b_a = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{|\vec{a}|}$

< << **Beispiel:**

$\vec{a}\,.\,\vec{b} = (8\,.\,2) + (5\,.\,0) = \underline{16}$

$|a| = \sqrt{8^2 + 0^2} = \sqrt{64} = \underline{8}$

$b_a = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{|a|} = \frac{16}{8} = \underline{2};$ $\underline{b_a = 2}$



Von einen Dreieck sind die Eckpunkte bekannt: A(0/3), B(12/-2) und C(6/7). Beweisen Sie, dass es sich um ein rechtwinkeliges Dreieck handelt, und berechnen Sie die Hypotenusenabschnitte q und p!

$\vec{a} =$

$\vec{b} =$

$\vec{c} =$

$\vec{a}\,.\,\vec{b} =$

$\vec{a}\,.\,\vec{b} = 0$, daher ist das ▲ ABC ______________.

$\vec{b}\,.\,\vec{c} =$

$|\vec{c}| =$

$q = \frac{\vec{b}\,.\,\vec{c}}{|\vec{c}|}$ $\underline{q = 4}$ $p = c - q =$ $\underline{p = 9}$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Ebene, Vektoren, Normalvektor, Normalprojektion