Vektoren – Mittelpunkt einer Strecke

Lösungsblatt 1

Den Mittelpunkt einer Strecke mithilfe von Vektoren berechnen:

Gegeben sind die Koordinaten der Punkte R(0/-1) und S(+14/+5). Gesucht sind die Koordinaten des Mittelpunktes und die Länge der halben Strecke $\overrightarrow{RS}$.

Beispiel: R(0/-1); S(+14/+5);

$M = \{(x_R + x_S) : 2 \;/\; (y_R + y_S) : 2\}$

$M = \{(0 + 14) : 2 \;/\; (-1 + 5) : 2\};$ M(+7/+2)

$\overrightarrow{MR} = \begin{pmatrix} +7 - 0 \\ +2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +7 \\ +3 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{MR}| = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58};$ → $|\overrightarrow{MR}| \approx$ 7,6

Halbieren Sie die Strecke AB und geben Sie die Koordinaten des Halbierungspunktes an!

A(-6/+9); B(+6/+5);

$M = \{(x_A + x_B) : 2 \;/\; (y_A + y_B) : 2\}$

$M = (\frac{-6+6}{2} \;/\; \frac{+9+5}{2});$ M(0 /+7)

A(+2/+3); B(-6/-5);

$M = \{(x_A + x_B) : 2 \;/\; (y_A + y_B) : 2\}$

$M = (\frac{+2-6}{2} \;/\; \frac{+3-5}{2});$ M(-2 /-1)

A(+6/-9); B(+4/+5);

$M = \{(x_A + x_B) : 2 \;/\; (y_A + y_B) : 2\}$

$M = (\frac{+6+4}{2} \;/\; \frac{-9+5}{2});$ M(+5 /-2)

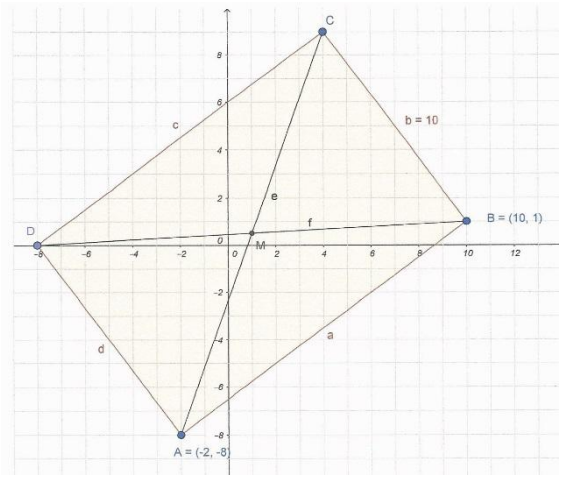
A(-8/+4); B(-2/0);

$M = \{(x_A + x_B) : 2 \;/\; (y_A + y_B) : 2\}$

$M = (\frac{-8-2}{2} \;/\; \frac{+4+0}{2});$ M(-5 /+2)

Von einem Rechteck sind die Koordinaten der Punkte A(-2/-8) und B(10/1) sowie die Länge der Seite BC (b = 10) gegeben.

Zu berechnen sind: die Koordinaten der Punkte C, D und des Mittelpunktes der Diagonale.



$\overrightarrow{AB} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 10 - (-2) \\ 1 - (-8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +12 \\ +9 \end{pmatrix};\quad \vec{n} = \begin{pmatrix} -9 \\ +12 \end{pmatrix};$

Normieren des Normalvektors $\vec{n}$

→ das heißt: den Einheitsvektor von $\vec{n}$ → $\vec{n}_0$ berechnen:

$\vec{n}_0 = \frac{1}{|\vec{n}|} . \vec{n};$

$|\vec{n}| = \sqrt{(-9)^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

$\vec{n}_0 = \frac{1}{15} . \begin{pmatrix} -9 \\ +12 \end{pmatrix};$

$\vec{b} = b . \vec{n}_0 \quad \rightarrow \quad \vec{b} = 10 . \frac{1}{15} . \begin{pmatrix} -9 \\ +12 \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \frac{2}{3} . \begin{pmatrix} -9 \\ +12 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ +8 \end{pmatrix};$

$C = B + \vec{b} \quad \rightarrow \quad C = \begin{pmatrix} +10 \\ +1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ +8 \end{pmatrix} \quad \rightarrow$ C(+4/+9)

$D = A + \vec{b} \quad \rightarrow \quad D = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ +8 \end{pmatrix} \quad \rightarrow$ D(-8/0)

$M = \{(x_A + x_C) : 2 \;/\; (y_A + y_C) : 2\}$

$M = (\frac{-2+4}{2} \;/\; \frac{-8+9}{2});$ → M(+1/+0,5)

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Ebene, Vektoren, Mittelpunkt, Strecke, Halbierungspunkt, Diagonale, Rechteck
© 2017 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at