Trigonometrie – Berechnungen in schiefwinkeligen Dreiecken

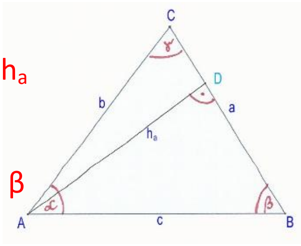
Formelsammlung

Die trigonometrischen Flächenformeln:

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

$\sin\beta = \frac{h_a}{c}$

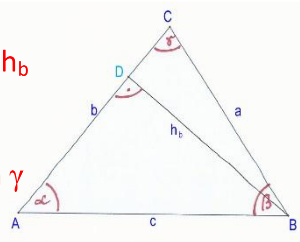
$h_a = c \cdot \sin\beta$



$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$

$\sin\gamma = \frac{h_b}{a}$

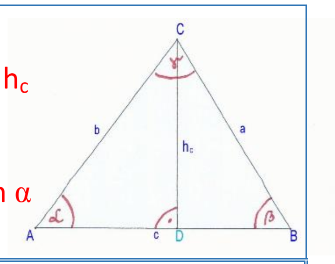
$h_b = a \cdot \sin\gamma$



$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

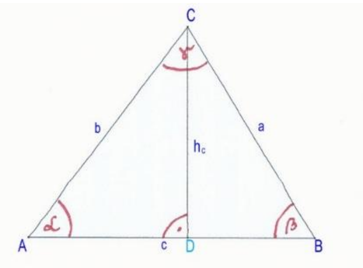
$\sin\alpha = \frac{h_c}{b}$

$h_c = b \cdot \sin\alpha$



$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$	**$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot \sin\gamma$**	**$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$**

*Der **Sinussatz**:*



$\sin\alpha = \frac{h_c}{b} \quad \longrightarrow \quad h_c = b \cdot \sin\alpha$

$\sin\beta = \frac{h_c}{a} \quad \longrightarrow \quad h_c = a \cdot \sin\beta$

$h_c = h_c$

$a \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\alpha \quad | : \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$

Sinussatz $\longrightarrow$ *Daraus folgt:* $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

*Der **Umkreisradius**:*

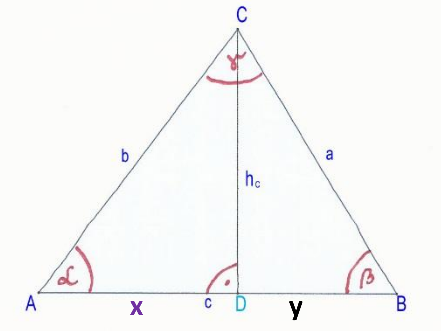
$2r = \frac{a}{\sin\alpha} \longrightarrow r = \left(\frac{a}{\sin\alpha}\right) : 2$

$2r = \frac{b}{\sin\beta} \longrightarrow r = \left(\frac{b}{\sin\beta}\right) : 2$

$2r = \frac{c}{\sin\gamma} \longrightarrow r = \left(\frac{c}{\sin\gamma}\right) : 2$

Die Herleitung der Formel für die Berechnung des Umkreisradius eines schiefwinkeligen Dreiecks finden Sie in den Lehrbüchern!

*Der **Cosinussatz**:*



Im Dreieck ADC: $\sin\alpha = \frac{h_c}{b} \quad \longrightarrow \quad h_c = b \cdot \sin\alpha$

$\cos\alpha = \frac{x}{b} \quad \longrightarrow \quad x = b \cdot \cos\alpha$

Im Dreieck ADC: $y = c - x \quad \longrightarrow \quad y = c - b \cdot \cos\alpha$

Im Dreieck ADC: *Pythagoreischer Lehrsatz:*

$a^2 = h_c^2 + y^2$

$h_c = b \cdot \sin\alpha \quad \| \mapsto \quad a^2 = (b \cdot \sin\alpha)^2 + (c - b \cdot \cos\alpha)^2$

$y = c - b \cdot \cos\alpha \quad \| \mapsto$

$a^2 = b^2 \cdot \sin^2\alpha + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha + b^2 \cdot \cos^2\alpha$

$a^2 = b^2 \cdot (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

$(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 1 \quad \| \mapsto \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

Cosinussatz $\longrightarrow$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Trigonometrie, schiefwinkeliges Dreieck, trigonometrische Flächenformeln, Sinussatz, Cosinussatz