

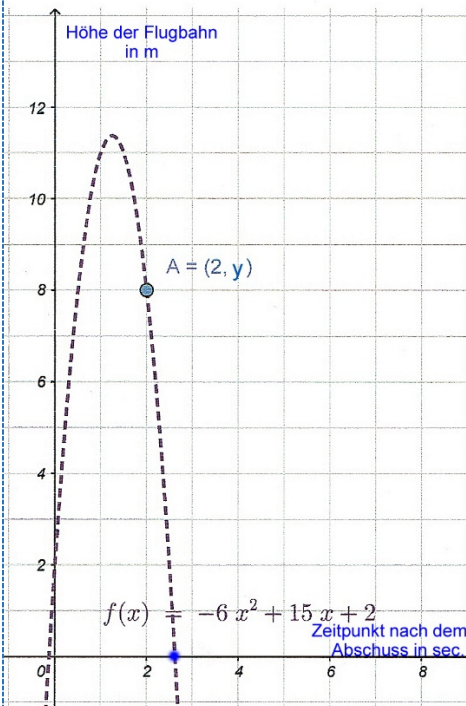
Maturabeispiele – Flugbahn und Anstieg einer Kurve

Lösungsblatt 9: Seite 1

Ein Stein wird mit einer Steinschleuder vertikal nach oben geschossen. Wenn die Abschusshöhe 2 m beträgt, kann die Flugbahn des Steins näherungsweise durch die Funktion $f(x)$: $y = -6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2$ beschrieben werden.

→ $y(x)$. . Höhe zum Zeitpunkt x in Metern; → x . . Zeitpunkt nach dem Abschuss in sec.

- Nach wieviel Sekunden erreicht der Stein nach dem Abschuss wieder den Boden?
- Mit welcher Geschwindigkeit (→ m/sec.||km/h) schlägt der Stein auf dem Boden auf?
- Welche Steigung hat die Kurve bei $x = 2$ sec. und wie lautet die Funktionsgleichung der Tangente an dieser Stelle?
- Welche maximale Höhe erreicht der Stein?



a) *Der Aufprallpunkt ist eine Nullstelle von $f(x)$ nach x sec.!*

$$f(x): y(x) = -6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2 \rightarrow f(x) = 0$$

$$-6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}; \quad x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 2}}{2 \cdot (-6)};$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 48}}{-12}; \quad x_{1,2} = \frac{-15 \pm 16,52}{-12};$$

$$\rightarrow [x_1 = -0,12]; \quad \rightarrow \underline{x_2 = 2,62 \text{ sec}}$$

Der Stein erreicht **nach 2,62 Sekunden** den Boden.

b) *Für die Berechnung der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 2,62 sec.*

$$\rightarrow f'(x) = 0: \quad y'(2,62) = 0$$

$$\rightarrow y(x) = -6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2;$$

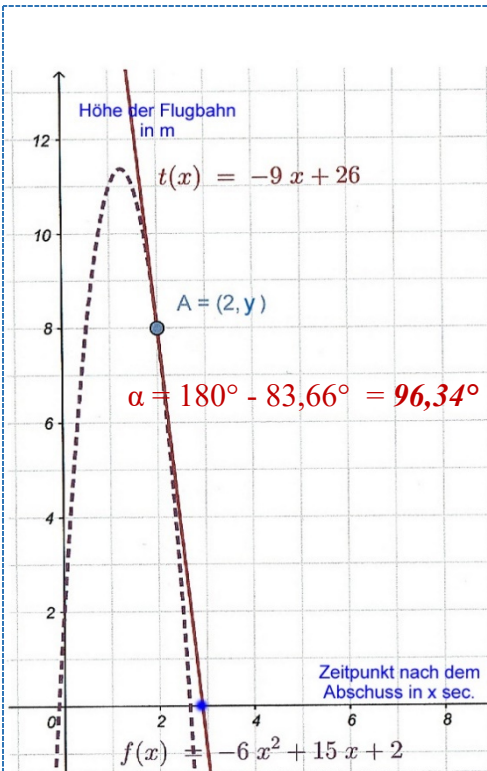
$$\rightarrow y'(x) = -12 \cdot x + 15$$

$$y'(2,62) = -12 \cdot 2,62 + 15;$$

$$\rightarrow y'(2,62) = -16,44 = \underline{16,44}$$

Beim Aufprall hat der Stein eine Geschwindigkeit von

$$\underline{16,44 \text{ m / sec.}} \quad \rightarrow \quad \underline{59,2 \text{ km / h}}$$



c) Steigung der Kurve bei 2 sec.:

$$y'(x) = -12 \cdot x + 15$$

$$y'(2) = -12 \cdot 2 + 15 \rightarrow y'(2) = k = -9;$$

$$k = -9; \alpha = \arctan(-9) \approx -83,66^\circ;$$

Steigungswinkel: $\alpha = 180^\circ - 83,66^\circ \approx \mathbf{96,34^\circ}$

Die Steigung der Kurve bei 2 sec. ist $k = -9$, das entspricht einem Steigungswinkel von $\alpha \approx \mathbf{96,34^\circ}$.

Berechnung der y - Koordinate von A(2/8):

des Berührungspunkts A(2/y) der Tangente t:

$$f(2): y(2) = -6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2$$

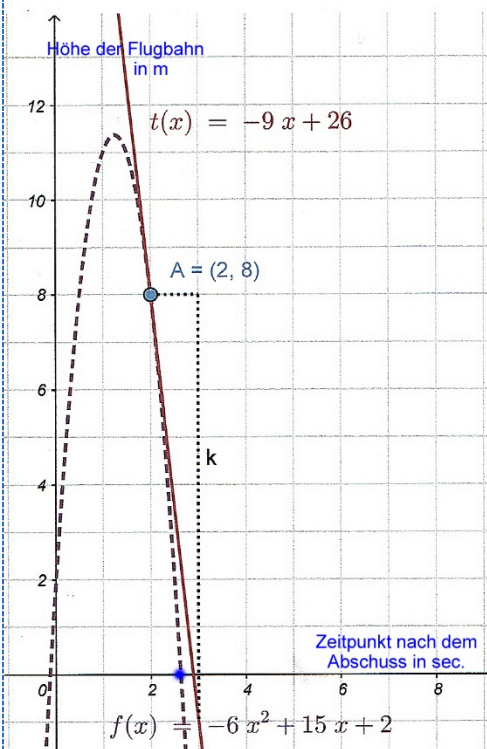
$$y(2) = -6 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 2 = \mathbf{+8} \rightarrow \mathbf{A(+2/+8)}$$

Funktionsgleichung der Tangente t(x):

$$t(x): y = k \cdot x + d; \rightarrow 8 = (-9) \cdot 2 + d; \rightarrow \mathbf{d = +26};$$

Die Funktionsgleichung der Tangente in A lautet:

$$\mathbf{t(x): y = -9 \cdot x + 26}$$



d) Berechnung der maximalen Höhe der Kurve: M(x/y)

$$y'(x) = 0$$

$$-12 \cdot x + 15 = 0; \rightarrow +12 \cdot x = +15 \rightarrow \mathbf{x = 1,25}$$

$$y(x) = -6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 2$$

$$y(1,25) = -6 \cdot 1,25^2 + 15 \cdot 1,25 + 2$$

$$y(1,25) = -9,375 + 18,75 + 2$$

$$\mathbf{y(1,25) = 11,375}$$

$$\mathbf{M(1,25/11,375)}$$

Der Stein erreicht nach 1,25 sec. seine maximale Höhe von 11,375 m.