Maturabeispiele – Flugbahn und Maximum einer Kurve

Lösungsblatt 10

Nach dem Torabstoß bei einem Fußballspiel beschreibt der Ball eine Flugbahn, die durch die Funktion dritten Grades näherungsweise beschrieben wird:

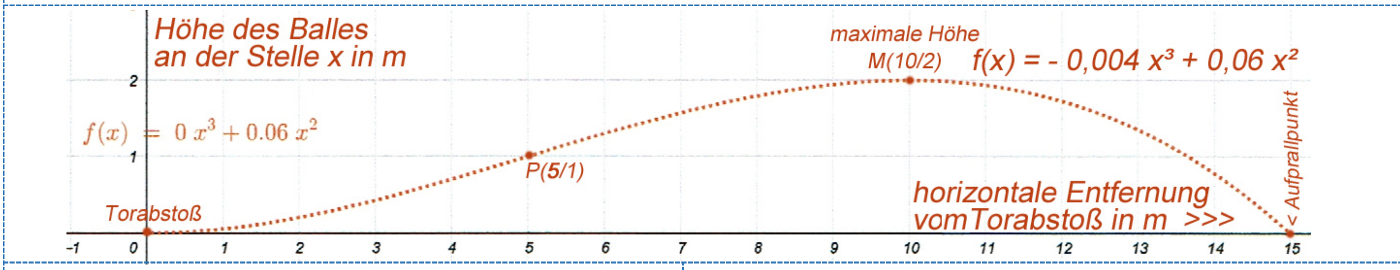
f(x): $y = -0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2$;

→ y(x) . . Höhe des Balls x in Metern an der Stelle x; → x . . horizontale Entfernung;

a) Wieviel m nach dem Abstoß springt der Ball auf dem Boden auf ?

b) Welche maximale Höhe erreicht der Ball?

c) Ein Spieler will den Ball in einer Höhe von einem m abfangen. Wie weit vom Abstoß entfernt muss dieser Spieler stehen?



a) *Der Aufprallpunkt ist eine Nullstelle von f(x) nach x m!*

$f_{(x)}$: $y_{(x)} = -0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2$ → $f_{(x)} = 0$

$-0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2 = 0 \quad |: -x^2$

$-0{,}004 \cdot x + 0{,}06 = 0 \quad | \cdot (-1000)$

$4 \cdot x = 60$; → $\underline{x = 15}$

Der Ball springt **15 m nach dem Torabstoß** auf dem Boden auf.

b) Berechnung der maximalen Höhe der Flugbahn: M(x/y)

$f_{(x)}$: $y_{(x)} = -0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2$; $y`_{(x)} = 0$

$y`_{(x)} = -0{,}004 \cdot 3 \cdot x^2 + 0{,}06 \cdot 2 \cdot x$;

$-0{,}004 \cdot 3 \cdot x^2 + 0{,}06 \cdot 2 \cdot x = 0$

$0{,}012\ x^2 = +0{,}12 \cdot x \quad |: 0{,}012$; $\underline{x = 10}$

$y_{(10)} = -0{,}004 \cdot 10^3 + 0{,}06 \cdot 10^2$

$y_{(10)} = -4 + 6$ → $\underline{y = 2}$ → **M(10/2)**

Der Ball erreicht eine Maximalhöhe von **2 m**.

c) Höhe des Balls: 1 m; → $y`_{(x)} = 1$

$y_{(x)} = -0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2$

$-0{,}004 \cdot x^3 + 0{,}06 \cdot x^2 = 1$

$4 \cdot x^3 - 60 \cdot x^2 + 1000 = 0$;

Lösung mit Technologieeinsatz (Taschenrechner oder PC)

Die Lösung mit Technologieeinsatz ergibt:

$x_1 = 5$ m; Abstand zum Torabstoßpunkt!

[$x_2 = 5 - 5 \cdot \sqrt{3}$]; nicht möglich, da der Punkt hinter dem Abstoßpunkt liegt;

[$x_3 = 5 \cdot \sqrt{3} + 5$]; nicht möglich, da der Punkt nach dem Aufprallpunkt liegt;