

Maturabeispiele – Steigung der Tangente einer Funktion

Arbeitsblatt 20

Auf einer Landkarte ist die Lage der Orte P_1, P_2, P_3 und A durch Koordinaten angegeben: $P_1(4 / 8)$; $P_2(0 / 12)$; $A(2 / 10)$; $S(2 / 9)$. Diese Orte liegen auf einer geraden Straße (s). Für den Ort A soll eine Umfahrungsstrecke errichtet werden, die über den Vermessungspunkt S führt und bei P_1 und P_2 in die gerade Straße einmündet.

Die geplante Umfahrung wird durch die Funktion $f(x)$: $y = -0,06 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 - x^2 - x + 12$ beschrieben.

- a) Stellen Sie durch Berechnung fest, ob die gerade Straße in P_1 und P_2 eine Tangente zu $f(x)$ bildet!
- b) Eine zweite Umfahrungsvariante soll durch eine quadratische Funktion, die die Punkte $P_2(0 / 12)$, $S(2 / 9)$ und $P_3(12 / 0)$ enthält, beschrieben werden!
- c) Eine dritte Umfahrungsvariante soll durch eine quadratische Funktion, die die Punkte $P_2(0 / 12)$, $S_1(4 / 4)$ und $P_3(12 / 0)$ enthält, beschrieben werden!

a) Die gerade Straße führt durch die Punkte P_1 und P_2 : $\rightarrow k_s = \frac{12-0}{0-12} \rightarrow \underline{k_s = -1}$

Berechnung der Steigung der Funktion $f(x)$ in den Punkten P_2 und P_3 :

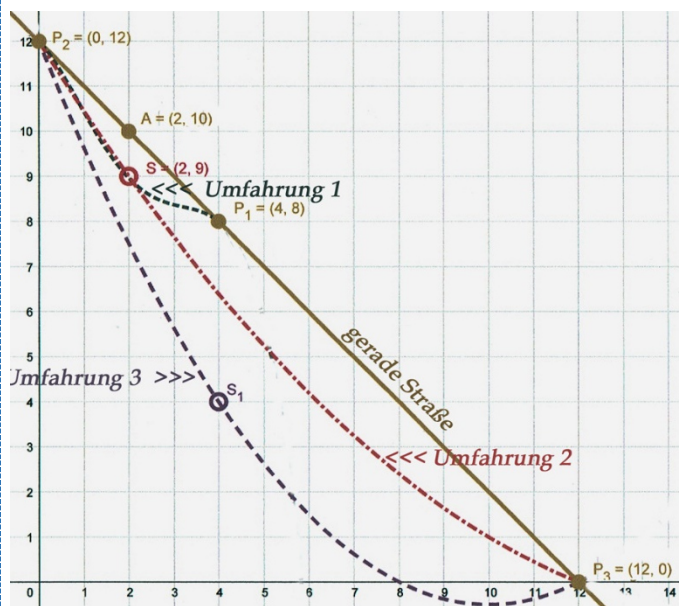
$f(x)$: $y = -0,06 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 - x^2 - x + 12$; $\rightarrow f(x)'$: $y' = \quad + \quad - \quad -$

$f(0)'$: $y' = \quad$; $\rightarrow y' = k_{f(x)} = -$;

$f(4)'$: $y' = \quad$; $\rightarrow y' = -$; $= \neq$;

Die gerade Straße ist **im Punkt P_2** , **im Punkt P_1** **Tangente** zur Funktion $f(x)$!

$f(x)$: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$



b) Zweite Umfahrungsvariante:

I: $= 0 + 0 + c \rightarrow c = 12$

II: $= \cdot a + \cdot b + \quad | \cdot (-6)$

III: $= \cdot a + \cdot b +$

II + III: $\cdot a = \rightarrow \underline{a = 0,05}$

II: $+ \cdot b = - - \rightarrow \underline{b = 1,6}$

Funktion der zweiten Umfahrungsvariante:

$f(x)$: $y = 0,05 \cdot x^2 + 1,6 \cdot x + 12$

c) Dritte Umfahrungsvariante:

I: $= 0 + 0 + c \rightarrow c =$

II: $= \cdot a + \cdot b + \quad | \cdot (-3)$

III: $= \cdot a + \cdot b +$

II + III: $\cdot a = \rightarrow \underline{a =}$

II: $+ \cdot b = - - \rightarrow \underline{b =}$

Funktion der dritten Umfahrungsvariante:

$f(x)$: $y = 0,125 \cdot x^2 + 2,5 \cdot x + 12$