Maturabeispiele – sachbezogene Beispiele mit Logarithmen

Arbeitsblatt 29

In einer Porzellanmanufaktur werden Schüsseln hergestellt. Wenn die Schüsseln aus dem Brennofen genommen werden, beginnen sie abzukühlen. Dieser Abkühlvorgang lässt sich durch die folgende Funktion beschreiben: $\mathbf{T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}}$

$T(t) \rightarrow$ Temperatur der Schüssel zur Zeit t in ° C; $k \rightarrow$ Konstante;

$t \rightarrow$ Zeit seit der Entnahme in Stunden;

Eine Schüssel hat 2 h nach der Entnahme aus dem Brennofen eine Temperatur von 60° C.

a) Berechnen Sie die Temperatur der Schüssel **5 h** nach Entnahme aus dem Brennofen!

b) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Temperaturabnahme im Zeitabschnitt von **3 h** bis **6 h** nach der Entnahme aus dem Brennofen!

c) Welche Temperatur hat die Schüssel zum Zeitpunkt der Entnahme aus dem Brennofen?

d) Zeichnen Sie in der Abbildung jene Tangente an den Funktionsgraphen, deren Achsenabschnitt auf der vertikalen Achse 400 beträgt!

Anmerkung: *Die in Aufgabe **d)** angegebene Grafik hat keinen Bezug zu obigem Sachverhalt!*

a) Berechnung der Konstanten ` k `:

$T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}$

$= 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot 2}$

$\cdot\, e^{-k \cdot 2} = \quad \rightarrow \quad e^{-k \cdot 2} = \frac{\quad}{\quad}$

$\rightarrow \quad e^{k \cdot 2} = \frac{\quad}{\quad} \quad \rightarrow \quad \ln(e^{k \cdot 2}) = \ln(\quad)$

$2 \cdot k = \quad \ldots.. \quad \rightarrow \quad k = \quad \ldots.$

Berechnung der Temperatur nach 5 Stunden:

$T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}$

$T(5) = 15 + 585 \cdot e^{-}$

$T(5) = 15 + 585 : e^{+}$

$T(5) \approx 15 + \frac{\quad}{\quad} \quad \rightarrow \quad T(5) \approx \quad$ ° C

Die Schüssel hat 5 Stunden nach Entnahme eine Temperatur von ° C.

b) Berechnung der mittleren Änderungsrate:

$T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}$

$T(3) = 15 + 585 \cdot e^{-}$

$T(3) = 15 + 585 : e^{+}$

$T(3) \approx 15 + \frac{\quad}{\quad} \quad \rightarrow \quad T(3) \approx \quad$ ° C

$T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}$

$T(6) = 15 + 585 \cdot e^{-}$

$T(6) = 15 + 585 : e^{+}$

$T(6) \approx 15 + \frac{\quad}{\quad} \quad \rightarrow \quad T(6) \approx \quad$ ° C

mittleren Änderungsrate $= \frac{T(6) - T(3)}{3}$

mittleren Änderungsrate $= \frac{\quad - \quad}{3}$

mittleren Änderungsrate = - ° C

c) Berechnung der Temperatur T(0)

$T(t) = 15 + 585 \cdot e^{-k \cdot t}$ ***!!! $e^0 = 1$!!!***

$T(0) = 15 + 585 \cdot e^{-}$

$T(0) = 15 + 585 : e^{+}$

$T(0) \approx 15 + \frac{\quad}{\quad} \quad \rightarrow \quad T(0) \approx \quad$ ° C

d)