Maturabeispiele – Maximalwert einer Funktion 3. Grades

Lösungsblatt 30: Seite 1

´´Künstliches Fieber´´ ist ein Therapieverfahren, bei dem die Körpertemperatur bewusst stark erhöht wird. Die nachfolgende Funktion beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit in Stunden (→ x) und Körpertemperatur in ° C (→ y) zum Zeitpunkt ` t `.

f(x): $y = -0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6$

a) Nach welchem Zeitraum beträgt die Körpertemperatur 37° C bzw. 39° C ?

b) Berechnen Sie den Zeitpunkt der stärkste Temperaturzunahme!

c) Berechnen Sie die mittlere Körpertemperatur während des Behandlungszeitraums von 5 Stunden im Zeitintervall [0; 5]!

d) Berechnen Sie das Maximum der Fieberkurve!

a)

f(x): $y = -0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6$

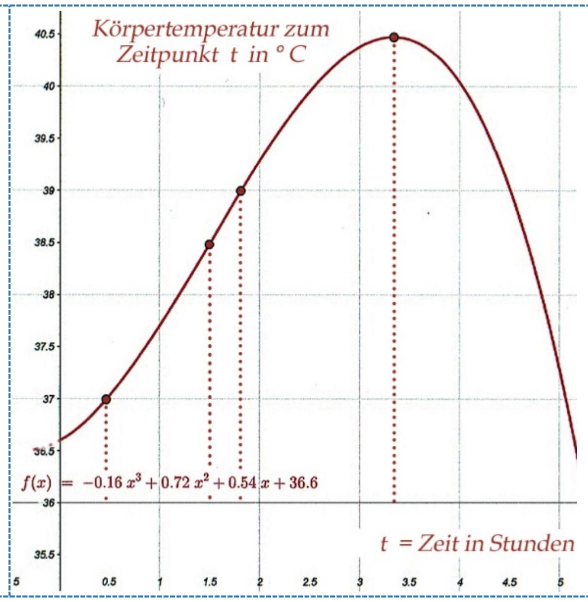
f(37): $-0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6 = 37$

Lösung mit Technologieeinsatz: **nach 0,5 h**

f(39): $-0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6 = 39$

Lösung mit Technologieeinsatz: **<u>nach 1,8 h</u>**

Diese Ergebnisse können auch aus der nebenstehenden Grafik abgelesen werden!



b) <u>Berechnung des Zeitpunkts der stärksten Temperaturzunahme:</u>

f(x): $y = -0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6$

f´(x): $y' = -0{,}16 \cdot 3 \cdot x^2 + 2 \cdot 0{,}72 \cdot x + 0{,}54$

f´(x): $y' = -0{,}48 \cdot x^2 + 1{,}44 \cdot x + 0{,}54$

f´´(x): $y'' = -0{,}48 \cdot 2 \cdot x + 1{,}44 \quad \rightarrow \quad f''(x) = 0$

$-0{,}48 \cdot 2 \cdot x + 1{,}44 = 0 \quad \rightarrow \quad 0{,}96 \cdot x = 1{,}44 \quad \rightarrow \quad$ **<u>x = 1,5 h</u>**

<u>Nach 1,5 Stunden</u> ist die <u>stärkste Temperaturzunahme</u>.

© 2020 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at

Maturabeispiele – Maximalwert einer Funktion 3. Grades

Lösungsblatt 30: Seite 2

c) Berechnung der mittleren Körpertemperatur im Intervall [0; 5]:

f(x): $y = -0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6$

$$T = \frac{1}{5} \cdot \int_0^{+5} f(x) \cdot dx = \int_0^{+5} \{(-0{,}16 \cdot x^3 + 0{,}72 \cdot x^2 + 0{,}54\,x + 36{,}6)\} \cdot dx$$

$$T = \frac{1}{5} \cdot |\{(\frac{-0{,}16}{4} \cdot x^4 + \frac{0{,}72}{3} \cdot x^3 + \frac{0{,}54}{2} \cdot x^2 + 36{,}6 \cdot x)\}\,|_0^{+5}$$

$$T = \frac{1}{5} \cdot (\frac{-0{,}16}{4} \cdot 625 + \frac{0{,}72}{3} \cdot 125 + \frac{0{,}54}{2} \cdot 25 + 183) + (0)$$

$$T = \frac{1}{5} \cdot (-25 + 30 + 6{,}75 + 183) = \underline{\mathbf{38{,}95°\ C}}$$

Die mittleren Körpertemperatur im Intervall [0; 5] beträgt **38,95° C**.

d) Berechnung des Maximums der Fieberkurve:

f \`(x): $y' = -0{,}48 \cdot x^2 + 1{,}44 \cdot x + 0{,}54$; || $f'(x) = 0$

$-0{,}48 \cdot x^2 + 1{,}44 \cdot x + 0{,}54 = 0 \quad | \cdot 100$

$-48 \cdot x^2 + 144 \cdot x + 54 = 0 \quad | : 6$

$-8 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 9 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}; \quad x_{1,2} = \frac{-24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4 \cdot (-8) \cdot 9}}{2 \cdot (-8)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-24 \pm \sqrt{576 + 288}}{-16}; \quad x_{1,2} \approx \frac{-24 \pm 29{,}4}{2 \cdot (-8)};$$

$x_1 \approx -0{,}34$; $\underline{x_2 \approx +3{,}34}$

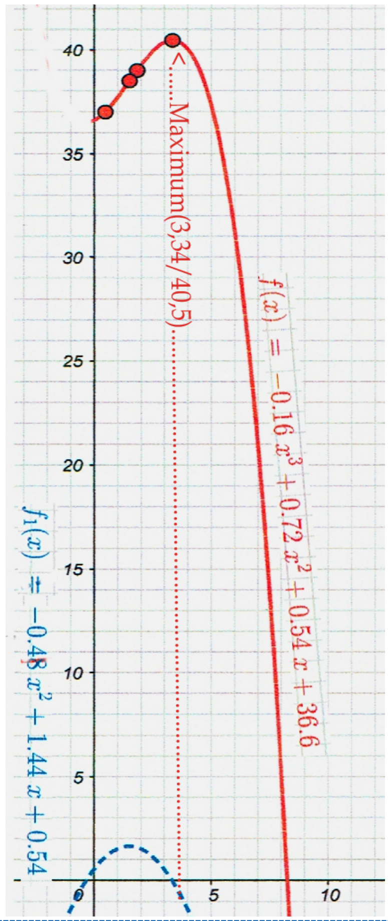
f(3,34): $y = -0{,}16 \cdot 3{,}34^3 + 0{,}72 \cdot 3{,}34^2 + 0{,}54 \cdot 3{,}34 + 36{,}6$

$y = -5{,}961 + 8{,}032 + 1{,}803 + 36{,}6$

$\underline{y = 40{,}474°\ C} \quad \rightarrow \quad \underline{y \approx 40{,}5°\ C}$

Das Maximum der Fieberkurve wird nach **3,34 Stunden** mit rund **40,5° C** erreicht.

→ siehe nebenstehende Grafik → →



Autor: Robert Kohout | **Thema:** Maturabeispiele _ Maximalwert einer Funktion 3. Grades
© 2020 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at