

# Maturabeispiele – Volumenstrom einer Wasserströmung

Lösungsblatt 33

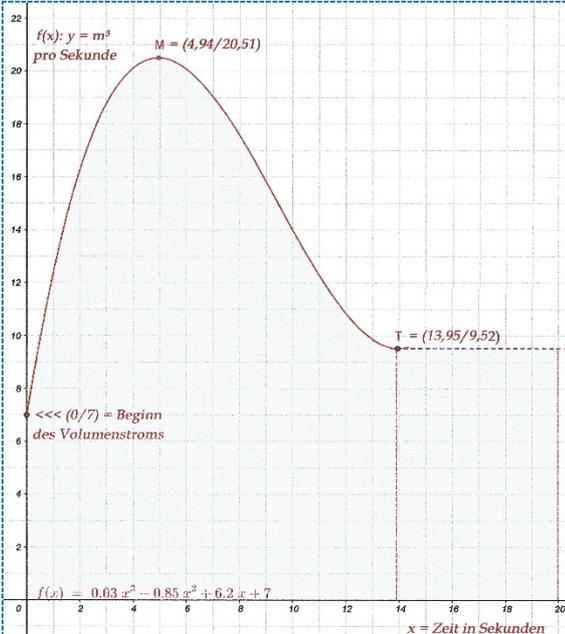
Das Wasser einer Staustufe wird über mehrere Kanäle in einen Fluss geleitet. Der Verlauf des Volumenstroms eines bestimmten Kanals beginnt mit  $7 \text{ m}^3$  pro Sekunde und wird ungefähr mit folgender Funktion veranschaulicht:  $f(x): y = 0,03 \cdot x^3 - 0,85 \cdot x^2 + 6,2 \cdot x + 7$ ;

→ Zeitintervall:  $[0 \leq x \leq 13,95]$ ; →  $x \dots$  Zeit in Sekunden;

→  $y \dots$  Volumenstrom in  $\text{m}^3/\text{sec}$  nach  $x$  sec.

**a)** Nach wieviel Sekunden erreicht der Volumenstrom sein Maximum (→ M) und sein Minimum (→ T)?

**b)** Berechnen Sie das gesamte Wasservolumen, das in den ersten 20 Sekunden durch diesen Kanal geflossen ist. Beachten Sie dabei den Sachzusammenhang  $V = \int_0^T f(x) \cdot dx$  und dass nach 13,95 sec. der Volumenstrom gleichmäßig weiterverläuft!



Maximum- und Minimumwerte:

$$f(x): y = 0,03 \cdot x^3 - 0,85 \cdot x^2 + 6,2 \cdot x + 7$$

$$f(x)': y' = 0,09 \cdot x^2 - 1,7 \cdot x + 6,2; y' = 0;$$

$$0,09 \cdot x^2 - 1,7 \cdot x + 6,2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1,7 \pm \sqrt{(-1,7)^2 - 4 \cdot 0,09 \cdot 6,2}}{2 \cdot 0,09}$$

$$x_{1,2} = \frac{1,7 \pm \sqrt{2,89 - 2,232}}{0,18} = \frac{1,7 \pm 0,81}{0,18}$$

$$\underline{x_1 = 13,95}; \quad \underline{x_2 = 4,94};$$

$$f_{(13,95)}: y = 0,03 \cdot 13,95^3 - 0,85 \cdot 13,95^2 + 6,2 \cdot 13,95 + 7$$

$$y = 81,44 - 165,41 + 86,49 + 7; \quad \underline{y_1 = 9,52}$$

$$f_{(4,94)}: y = 0,03 \cdot 4,94^3 - 0,85 \cdot 4,94^2 + 6,2 \cdot 4,94 + 7$$

$$y = 3,62 - 20,74 + 30,63 + 7; \quad \underline{y_2 = 20,51}$$

$$\underline{M(4,94/20,51)}; \quad \underline{T(13,95/9,52)}$$

nach 4,94 sec. → 20,51 m<sup>3</sup>/sec.

nach 13,95 sec. → 9,52 m<sup>3</sup>/sec.

$$V = \int_0^T f(x) \cdot dx + m^3_{(T)} \cdot (20 \text{ sec} - \text{sec}_{(T)})$$

$$V = \int_0^{13,95} (0,03 \cdot x^3 - 0,85 \cdot x^2 + 6,2 \cdot x + 7) + 9,52 \cdot (20 - 13,95)$$

$$V = \left| \left( \frac{0,03}{4} \cdot x^4 - \frac{0,85}{3} \cdot x^3 + \frac{6,2}{2} \cdot x^2 + 7 \cdot x \right) \right|_0^{13,95} + 9,52 \cdot (20 - 13,95)$$

$$V = 284,025 - 769,166 + 603,267 + 97,65 + 57,596 = \underline{273,372 \text{ m}^3}$$

Das gesamte Wasservolumen, das in den ersten 20 Sekunden durch diesen Kanal geflossen ist beträgt 273,372 m<sup>3</sup>.