Funktionen – Ableitungen – Differenzieren einer Funktion

Lösungsblatt 1

Bilden Sie die erste Ableitung f ` bzw. y` der gegebenen Funktionen!

Rechenregeln:	Übungsbeispiele:

Potenzregel:

$y = x^n$
$y` = n \cdot x^{n-1}$

$y = x^3$ || $y = 2x^3$
$y` = 3x^2$ || $y` = 3 \cdot 2x^2$
|| $y` = 6x^2$

$y = x^4$
$y` = 4 \cdot x^3$

$y = -5 \cdot x^3$
$y` = -15 \cdot x^2$

$y = 6 \cdot x^2$
$y` = 12 \cdot x$

$y = 6 \cdot x^2$
$y` = 12 \cdot x$

$y = \frac{1}{2} \cdot x^2$
$y` = \frac{2}{2} \cdot x$
$y` = x$

$y = \frac{1}{x^3}$
$y = x^{-3}$ $\rightarrow n-1 \rightarrow -3-1 = -4$
$y` = -3 \cdot x^{-4}$

Summen- und Differenzregel:

$(f \pm g) = f` \pm g`$
$y = 3x^2 \pm 6x \pm 2$
$y` = 2 \cdot 3x \pm 1 \cdot 6 \pm 0$
$y` = 6x \pm 6$

$y = 2 \cdot x^4 - 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3$
$y` = 8 \cdot x^3 - 6 \cdot x + 4$

$y = 3 \cdot x^3 - 6 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 8$
$y` = 9 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 2$

$y = \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7$
$y` = x^2 - x + 2$

$y = \frac{2}{3} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x^2 + 4 \cdot x - 2$
$y` = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 4$

$y = \frac{1}{8} \cdot x^4 - \frac{1}{4} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x - 1$
$y` = \frac{1}{2} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2}$
$\mathbf{y` = \frac{1}{2} \cdot (x^3 - x + 1)}$

$y = (2x-5)^2$
$y = (2x-5) \cdot (2x-5)$
$y` = 2 \cdot (2x-5) + (2x-5) \cdot 2$
$y` = 4x - 10 + 4x - 10$
$y` = 8x - 20$

$y = (2x-5)^2$
$y = 4x^2 - 20x + 25$
$y` = 8x - 20$

Produktregel:

$(f \cdot g) = f` \cdot g + f \cdot g`$
$y = x^3 \cdot (4x^2-2)$
x^3 >> f; $f` = 3x^2$
$(4x^2-2)$ >> g $g` = 8x$

$y` = 3x^2 \cdot (4x^2-2) + x^3 \cdot 8x$
$y` = 12x^4 - 6x^2 + 8x^4$
$y` = 20x^4 - 6x^2$

$y = 4x^2 \cdot (3x^3 - 2x^2 + 2)$
$y` = 8x \cdot (3x^3 - 2x^2 + 2) + 4x^2 \cdot (9x^2 - 4x)$
$y` = 24x^4 - 16x^3 + 16x + 36x^4 - 16x^3$
$y` = 60x^4 - 32x^3 + 16x$

Quotientenregel:

$\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f` \cdot g - f \cdot g`}{g^2}$

$y = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 1}$ $(3x^2 - 1)$ >> f; $f` = 6x$
$(x^2 + 1)$ >> g; $g` = 2x$

$y` = \frac{6x \cdot (x^2+1) - (3x^2-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$
$y` = \frac{6x^3 + 6x - 6x^3 + 2x}{(x^2+1)^2}$
$y` = \frac{+8x}{(x^2+1)^2}$

$y = \frac{4x^2 + 2}{3x}$
$y` = \frac{8x \cdot 3x - (4x^2+2) \cdot 3}{(3x)^2}$
$y` = \frac{24x^2 - 12x^2 - 6}{9x^2}$
$\mathbf{y` = \frac{12x^2 - 6}{9x^2}}$

$y = \frac{3x^3 + 4}{2x - 1}$
$y` = \frac{9x^2 \cdot (2x-1) - (3x^3+4) \cdot 2}{(2x-1)^2}$
$y` = \frac{18x^3 - 9x^2 - 6x^3 - 8}{(2x-1)^2}$
$\mathbf{y` = \frac{+12x^3 - 9x^2 - 8}{(2x-1)^2}}$

Kettenregel:

y = g[f(x)]
*y` = **g` . [f(x)]** . **f `(x)***
äußere Ableitung *mal* ***innere Ableitung***

$y = (3x^2 - 2)^2$
$y` = 2 \cdot (3x^2 - 2)^{2-1} \cdot 6x$
$y` = 2 \cdot (3x^2 - 2) \cdot 6x$
$y` = (6x^2 - 4) \cdot 6x$
$y` = 36x^3 - 24x$

äußere Ableitung $\rightarrow$ $2 \cdot (3x^2 - 2)^{2-1}$
innere Ableitung $\rightarrow$ $6x$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Differenzieren, Potenzregel, Summenregel, Differenzregel, Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel