Funktionen – Ableitungen der Winkel-, Logarithmus- und Exponentialfunkt.

Lösungsblatt 2

Bilden Sie die erste Ableitung $f`$ *bzw.* $y`$ *der gegebenen Funktionen!*

Rechenregeln:	*Übungsbeispiele:*
Winkelfunktionen: **Sinusfunktion:** $f: R \to [-1;+1]$: $y = \sin x$ $\underline{y` = \cos x}$	$y = \sin x \cdot \cos x$ → *Produktregel!* $y` = \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x)$   $\underline{y` = \cos^2 x - \sin^2 x}$
Cosinusfunktion: $f: R \to [-1;+1]$: $y = \cos x$ $\underline{y` = -\sin x}$	$y = \cos^2 x$ $y = (\cos x)^2$ $y` = 2 \cdot \cos x \cdot (-\sin x)$   $\underline{y` = -2 \cdot \sin x \cdot \cos x}$ $y = \sin 2x$ → *Kettenregel!* $y` = (\cos 2x) \cdot 2$   $\underline{y` = 2 \cdot \cos 2x}$ $\underline{\sin 2x}$ → äußere mal $\underline{2x}$ → innere Funktion
Tangensfunktion: $f: R \setminus \{(2k+1) \cdot \frac{\pi}{2}$ *mit* $k \in Z\} \to R$: $y = \tan x$ $y` = \frac{1}{\cos^2 x}$   $\underline{y` = 1 + \tan^2 x}$	$y = \tan^2 x$ $y = (\tan x)^2$ $y` = 2 \cdot \tan x \cdot (1 + \tan^2 x)$   $\underline{y` = 2 \cdot (\tan x + \tan^3 x)}$ $y = -3 \cdot \tan^2 x$ $y = -3 \cdot (\tan x)^2$ → *Kettenregel!* $y` = -3 \cdot 2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x)$   $y` = -6 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$ $y` = \frac{-6 \cdot \sin x}{\cos^3 x}$
Logarithmusfunktionen: $f: R^+ \to R$: $y = \ln x$ $\mathbf{y` = \frac{1}{x}}$   $y = {}^a\log x$   $\mathbf{y` = \frac{1}{x \cdot \ln a}}$	$y = \ln x^2$ $y` = 2 \cdot \frac{1}{x}$   $\mathbf{y` = \frac{2}{x}}$ $y = (\ln x)^2$ $y` = 2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$   $\mathbf{y` = \frac{2 \ln x}{x}}$ $y = x \cdot \ln x$ $y` = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$   $\underline{y` = \ln x + 1}$
Exponentialfunktionen: $f: R^+ \to R^+$: $y = a^x$ $\underline{y` = a^x \cdot \ln a}$   $y = e^x$   $\underline{y` = e^x}$	$y = e^{-x}$ $y` = e^{-x} \cdot (-1)$   $\underline{y` = -e^{-x}}$ $y = e^x \cdot \sin x$ → *Produktregel!* $y` = e^x \cdot \sin x + e^x \cdot \cos x$   $\underline{y` = e^x \cdot (\sin x + \cos x)}$ $y = 3^x$ $\underline{y` = 3^x \cdot \ln x}$    $y = \frac{x}{e^x}$ → *Quotientenregel!*   $y` = \frac{1 \cdot e^x - x \cdot e^x}{(e^x)^2}$ → *durch* e^x *kürzen!* $\mathbf{y` = \frac{1-x}{e^x}}$