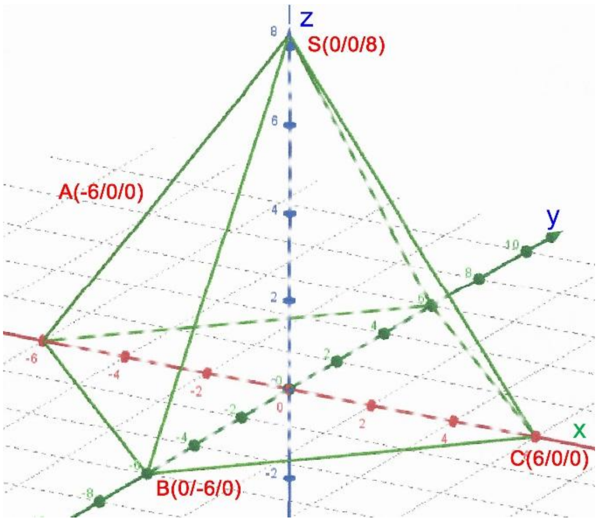
# Vektoren im Raum – Volumenberechnungen mit $\vec{a}$ x $\vec{b}$

*Lösungsblatt 2*

*Berechnen Sie das Volumen der Pyramide mit den gegebenen Eckpunkten A, B, D und S*

*mit der vektoriellen Volumensformel* $V = \frac{1}{3} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$ *!*

**Beispiel:** *A(-6/0/0), B(0/-6/0), D(0/6/0), S(0/0/8)*




$$\vec{a} = AB = \begin{vmatrix} 0-(-6) \\ -6-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} \quad \vec{a} = \begin{vmatrix} +6 \\ -6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{b} = AD = \begin{vmatrix} 0-(-6) \\ 6-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} \quad \vec{b} = \begin{vmatrix} +6 \\ +6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{c} = AS = \begin{vmatrix} 0-(-6) \\ 0-0 \\ 8-0 \end{vmatrix} \quad \vec{c} = \begin{vmatrix} +6 \\ 0 \\ +8 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} +6 \\ -6 \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} +6 \\ +6 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 72 \end{vmatrix}$$

$n_x = (-6) \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0$

$n_y = -[6 \cdot 0 - 6 \cdot 0] = 0$

$n_z = 6 \cdot 6 - 6 \cdot (-6) = 72$

$$V = \frac{1}{3} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left| \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ +72 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +6 \\ 0 \\ +8 \end{vmatrix} \right|; \quad V = \frac{1}{3} \cdot |+0 +0 + 576|;$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 576$$

**V = 192 VE** → VE = Volumeneinheiten

***Vektorielle Volumensformeln für Körper, die durch die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannt sind:***

Parallelepiped: ………………………………………… $V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$

dreiseitiges Prisma: ………………………..…………… $V = \frac{1}{2} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$

Pyramide mit einem Parallelogramm als Grundfläche: … $V = \frac{1}{3} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$

$\vec{c}$ → = Vektor von einem Eckpunkt zur Spitze!

Pyramide mit einem Dreieck als Grundfläche: ………… $V = \frac{1}{6} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$

$\vec{c}$ → = Vektor von einem Eckpunkt zur Spitze!

Tetraeder: …………………………………………….... $V = \frac{1}{6} \cdot |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}\,|$

(*= dreiseitige Pyramide, von 4 Dreiecken begrenzt!*)

**Autor:** Robert Kohout | **Thema:** Analytische Geometrie, Vektoren, Raum, Volumen, Pyramide, vektorielle Volumenformel