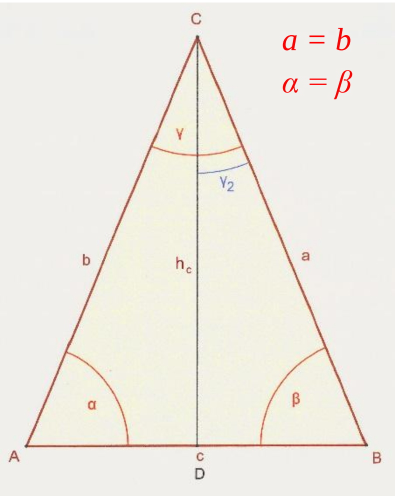
Trigonometrie – Berechnungen in gleichschenkeligen Dreiecken

Lösungsblatt 1

Berechnen Sie in folgenden Beispielen die gesuchten Größen!



gleichschenkeliges ▲ ABC: A = 1728 cm², c = 48 cm;

gesucht: h_c, a = b, α = β und γ!

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$

$h_c = \frac{2 \cdot 1728}{48}$

$\underline{h_c = 72\ cm}$

▲ ACD bzw. ▲BCD:

$a^2 = h_c^2 + (\frac{c}{2})^2$

$a^2 = 72^2 + (\frac{48}{2})^2$

$a = \sqrt{5760}$

$\underline{a = b = 75{,}89\ cm}$

$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\gamma = 180° - 2 \cdot 71{,}565°$

$\gamma = 36{,}86°$

$\sin \alpha = \frac{hc}{a}$

$\sin \alpha = \frac{72}{75{,}89}$

$\sin \alpha = 0{,}9486\ldots$

$\underline{\alpha = \beta = 71{,}565°}$

*Der Winkel **γ** kann auch mit der tan - Formel berechnet werden!*

$\tan \frac{\gamma}{2} = (\frac{c}{2}) : h_c$

---

gleichschenkeliges ▲ ABC: a = b = 118 m, α = β = 50°; gesucht: γ, h_c, c und A!

$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\gamma = 180° - 2 \cdot 50°$

$\underline{\gamma = 80°}$

$\sin \alpha = \frac{hc}{a}$

$h_c = a \cdot \sin \alpha$

$h_c = 118 \cdot \sin 50°$

$h_c = 118 \cdot 0{,}7660\ldots$

$\underline{h_c = 90{,}39\ m}$

$(\frac{c}{2})^2 = a^2 - h_c^2$

$(\frac{c}{2})^2 = 118^2 - 90{,}39^2$

$\frac{c}{2} = \sqrt{5753{,}06\ldots}$

$\frac{c}{2} = 75{,}84 \quad | \cdot 2$

$\underline{c = 151{,}68\ m}$

*Die Seite **c** kann auch mit der sin – Formel berechnet werden!*

$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{c}{2} : a$

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$A = \frac{1}{2} \cdot 151{,}68 \cdot 90{,}39$

$\underline{A = 6855{,}1776\ m^2}$

---

gleichschenkeliges ▲ ABC: c = 68 dm, γ = 72°; gesucht: α = β, a = b, h_c und A!

$\alpha = (180° - \gamma) : 2$

$\alpha = (180° - 72°) : 2$

$\alpha = 108° : 2$

$\underline{\alpha = \beta = 54°}$

$\cos \alpha = (\frac{c}{2}) : a$

$a = (\frac{c}{2}) : \cos \alpha$

$a = (\frac{68}{2}) : \cos 54°$

$a = (\frac{34}{0{,}58\ldots})$

$\underline{a = b = 57{,}84\ dm}$

$h_c^2 = a^2 - (\frac{c}{2})^2$

$h_c^2 = 57{,}84^2 - (\frac{68}{2})^2$

$h_c^2 = 57{,}84^2 - 34^2$

$h_c = \sqrt{2189{,}95\ldots}$

$\underline{h_c = 46{,}79\ dm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$A = \frac{1}{2} \cdot 68 \cdot 46{,}79$

$\underline{A = 1591{,}09\ dm^2}$

---

gleichschenkeliges ▲ ABC: h_c = 65 mm, α = 65°; gesucht: γ, a = b, c und A!

$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\gamma = 180° - 2 \cdot 65°$

$\underline{\gamma = 50°}$

$\sin \alpha = \frac{hc}{a}$

$a = \frac{hc}{\sin \alpha} \rightarrow a = \frac{65}{\sin 65°}$

$a = \frac{65}{0{,}90\ldots}$

$\underline{a = b = 71{,}71\ mm}$

$(\frac{c}{2})^2 = a^2 - h_c^2$

$(\frac{c}{2})^2 = 71{,}71^2 - 65^2$

$\frac{c}{2} = \sqrt{918{,}69}$

$\frac{c}{2} = 30{,}30;\quad \underline{c = 60{,}60\ mm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$A = \frac{1}{2} \cdot 60{,}60 \cdot 65$

$\underline{A = 1970{,}14\ mm^2}$

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Trigonometrie, gleichschenkeliges Dreieck, Pythagoras, Winkelsumme, sin, cos, tan, Flächeninhalt