

Funktionen – Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkt, Wendestelle

Arbeitsblatt 2

Eine Funktion $f(x): y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ ist gegeben. Berechnen Sie die Koordinaten der Nullstellen N , der Extremstellen H und T , des Wendepunktes W und die Wendetangente t_w !

$f(x): y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0 \rightarrow f'(x): y' = 3x^2 - 6x - 9 \rightarrow f''(x): y'' = 6x - 6$

Berechnung der Nullstellen: $N \rightarrow f(x) = 0$

$$f(x): x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0 \quad \underline{x_1 = -1}$$

$$(x^3 - 3x^2 - 9x - 5) : (x + 1) = \underline{x^2 - 4x - 5}$$

$$\underline{x_1 =}$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{2,3} =$$

$$x_{2,3} =$$

$$\underline{x_2 =}$$

$$\underline{x_3 =}$$

Berechnung der Extremstellen: H und $T \rightarrow f'(x) = 0$

$$f'(x): 3x^2 - 6x - 9 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} =$$

$$x_{1,2} =$$

$$\rightarrow \underline{x_1 =}$$

$$\underline{x_2 =}$$

$$y_1 = x_1^3 - 3x_1^2 - 9x_1 - 5$$

$$y_1 =$$

$$\rightarrow \underline{y_1 =}$$

$$y_2 = x_2^3 - 3x_2^2 - 9x_2 - 5$$

$$y_2 =$$

$$\rightarrow \underline{y_2 = 0}$$

$$\underline{T =}$$

$$\underline{H =}$$

Berechnung des Wendepunktes: $W \rightarrow f''(x) = 0$

$$f''(x): +6x - 6 = 0$$

$$\underline{x =}$$

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$$

$$y =$$

$$\underline{y =}$$

$$\underline{W =}$$

Berechnung der Tangente $w_t: y = k \cdot x + d$;

Steigung der Tangente in $W(+1/-16) \rightarrow f'(x_w) = k$

$$f'(x): y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = k =$$

$$\underline{k =}$$

$$w_t: y = k \cdot x + d \rightarrow$$

$$\underline{d =}$$

$$\underline{w_t: y =}$$

Berechnung der Steigung der Tangente k in $W(+1/-16)$ mittels Grenzwertüberlegung:

$$f'(+1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - 3(x + \Delta x)^2 - 9(x + \Delta x) - 5 - (x^3 - 3x^2 - 9x - 5)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{+ \Delta x^3 + 2 \Delta x^2 - 12 \Delta x}{\Delta x} \quad | : \Delta x ; \Delta = 0 \rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} = (-12) \rightarrow \underline{k = -12};$$

$$w_t: y = k \cdot x + d \rightarrow$$