

Arithmetik – Algebraische Gleichungen höheren Grades

Lösungsblatt 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
x^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729
x^4	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561

Lösen Sie folgende Gleichungen über die Grundmenge die $G = R$!

$$x^3 = + 216$$

$$\underline{x = + 6}$$

$$27 \cdot r^3 - 64 = 0 \quad / + 64$$

$$27 \cdot r^3 = + 64 \quad / : 27$$

$$r^3 = + \frac{64}{27}$$

$$r = + \frac{4}{3}; \quad \underline{r = + 1 \frac{1}{3}}$$

$$a^3 = - 125$$

$$\underline{a = - 5}$$

$$s^4 = - 81$$

$$s = \emptyset, \text{ da } (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = + 81$$

$$y^4 = + 81$$

$$\underline{y = \pm 3}$$

$$4 \cdot x^4 = + 324 \quad / : 4$$

$$x^4 = + 81$$

$$\underline{x = + 3}$$

Lösen Sie folgende Gleichungen über die Grundmenge die $G = C$ durch Abspalten!

$$\begin{aligned} a^3 + 12 &= 3a^2 + 4a \\ a^3 - 3a^2 - 4a + 12 &= 0 \\ \rightarrow \text{ für } a = 1: \quad 1 - 3 - 4 + 12 &= + 6; \quad 6 \neq 0 \\ \text{für } a = -2: \quad -8 - 12 + 8 + 12 &= 0; \quad 0 = 0 \\ \rightarrow \text{ daher ist } \underline{a_1 = -2} \quad \text{Polynom: } (a+2) \end{aligned}$$

$$(a^3 - 3a^2 - 4a + 12) : (a+2) = a^2 - 5a + 6 \\ \pm a^3 \pm 2a^2$$

$$\begin{array}{r} -5a^2 - 4a + 12 \\ \mp 5a^2 \mp 10a \\ \hline + 6a + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \pm 6a \pm 12 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$a_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6}$$

$$a_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}}; \quad a_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2};$$

$$\underline{a_2 = + 3; \quad a_3 = + 2;}$$

$$\underline{L = \{-2, +2, +3\}}$$

$$\begin{aligned} (b+2) \cdot (b-3) \cdot (b-5) &= 24 \\ (b^2 + 2b - 3b - 6) \cdot (b-5) &= 24 \quad \rightarrow (b^2 - b - 3) \cdot (b-5) = 24 \\ b^3 - b^2 - 6b - 5b^2 + 5b + 30 &= 24 \\ b^3 - 6b^2 - b + 6 &= 0 \\ \rightarrow \text{ für } b = +2: \quad 8 - 24 - 2 + 6 &= -12; \quad -12 \neq 0 \\ \text{für } b = +1: \quad 1 - 6 - 1 + 6 &= 0; \quad 0 = 0 \\ \rightarrow \text{ daher ist } \underline{b_1 = +1} \quad \text{Polynom: } (b-1) \end{aligned}$$

$$(b^3 - 6b^2 - b + 6) : (b-1) = b^2 - 5b - 6 \\ \pm b^3 \mp b^2$$

$$\begin{array}{r} -5b^2 - b + 6 \\ \mp 5b^2 \pm 5b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6b + 6 \\ \mp 6b \pm 6 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

$$b^2 - 5b - 6 = 0$$

$$b_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6}$$

$$b_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{24}{4}}; \quad \rightarrow b_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}};$$

$$b_{2,3} = \frac{5}{2} \pm \frac{7}{2}; \quad \underline{b_2 = + 6; \quad b_3 = - 1;}$$

$$\underline{L = \{-1, +1, +6\}}$$