

Arithmetik – Anwendung der arithmetischen und geometrischen Reihen im Bankwesen → Lohn-, Raten-, Kredit- und Versicherungszahlungen

Arbeitsblatt 8

Herr Sorgsam zahlt ab seinem 50. Lebensjahr am Beginn eines jeden Jahres (→ man nennt das `vorschüssig`) 15 Jahre lang in seine Lebensversicherung 1.200 € ein. Diese Prämie wird mit 4 % verzinst. Wie hoch ist die Einmalzahlung (= Prämie + Verzinsung), die sich Herr Sorgsam nach 15 Jahren auszahlen lässt?

Anleitung: E = Einmalzahlung; P = Prämie; q = 1,04;

$$E = P \cdot 1,04^{15} + P \cdot 1,04^{14} + \dots + P \cdot 1,04 = P \cdot 1,04 \cdot (1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{14})$$

$$E = P \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \rightarrow \quad E = \quad \rightarrow \quad \underline{E =} \quad \underline{\text{€}}$$

Herr Sorgsam erhält nach 15 Jahren eine Einmalzahlung von €.

Herr Sorgsam will diese Einmalzahlung in eine Rente umwandeln, die 10 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres (→ `nachsüssig`) ausgezahlt werden soll und die jedes Jahr um 2 % erhöht werden soll. Wie hoch ist die erste Rentenzahlung?

Anleitung: E = Einmalzahlung; R = Rente; q = 1,02;

$$E = R \cdot 1,02^9 + R \cdot 1,02^8 + \dots + R \cdot 1,02 = R \cdot (1 + 1,02 + 1,02^2 + \dots + 1,02^9)$$

$$E = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow R =$$

$$\rightarrow \underline{R =} \quad \underline{\text{€}} \quad \text{Die erste Rente beträgt} \quad \underline{\text{€}}$$

Der Restbetrag soll während der Rentenzahlung weiterhin mit 4 % verzinst werden!

Erklärung: Der für die erste Rente benötigte Betrag X_1 ist kleiner als R, denn er wird ja bis zur Fälligkeit

$$\text{mit 4 \% verzinst, daher: } X_1 = \frac{R}{1,04}; \quad X_2 = \frac{R \cdot 1,02}{1,04^2}; \quad X_3 = \frac{R \cdot 1,02^2}{1,04^3}; \quad \dots$$

$$E = X_1 + X_2 + \dots + X_{10} \quad \rightarrow \quad E =$$

$$E = \quad \rightarrow \quad R =$$

$$\rightarrow \underline{R =} \quad \underline{\text{€}}$$

Die erste Rente beträgt €