

Die Gerade im Raum – Die Lage zweier Geraden zueinander

Die Geraden g_1 und g_2 sind zueinander

parallel → $g_1 \parallel g_2$, wenn $g_1 \cap g_2 = S = \{ \}$; → kein Schnittpunkt! $\vec{g}_1 \parallel \vec{g}_2$ → die Richtungsvektoren der Geraden sind proportional!
zusammenfallend → $g_1 = g_2$, wenn $g_1 \cap g_2 = S = \{ \}$; → kein Schnittpunkt! identisch $\vec{g}_1 \parallel \vec{g}_2$ → die Richtungsvektoren der Geraden sind proportional! $\varphi = 0^\circ$; → der Schnittwinkel = 0°
schneidend → $g_1 \cap g_2$, wenn $g_1 \cap g_2 = \{S\}$ → ein Schnittpunkt! → die Parameter s und t erfüllen alle Gleichungen (I, II und III) ! → die Richtungsvektoren a_1 und a_2 sind nicht proportional!
windschief → wenn $g_1 \cap g_2 = S = \{ \}$; → kein Schnittpunkt! → die Parameter s und t erfüllen nicht alle Gleichungen (I, II und III) ! → die Richtungsvektoren \vec{g}_1 und \vec{g}_2 sind nicht proportional!

Untersuchen Sie in den folgenden Beispielen die Lage der gegebenen Geraden zueinander!

$g: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} +5 \\ +2 \\ +4 \end{pmatrix}; h: X = \begin{pmatrix} +0 \\ +1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix};$ I: $-4 + 5 \cdot s = 0 + 2 \cdot t$ II: $0 + 2 \cdot s = 1 - 1 \cdot t$ III: $-5 + 4 \cdot s = -5 - 1 \cdot t$ $\underline{t = +2}$	$s = -\frac{1}{2}$ I: $-4 + 5 \cdot s = 0 + 2 \cdot t$ $\underline{-6,5 \neq +4}$	Die Parameter s und t erfüllen nicht alle Gleichungen, daher
$g: X = \begin{pmatrix} +6 \\ +6 \\ +1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ +7 \end{pmatrix}; h: X = \begin{pmatrix} +5 \\ +6 \\ +8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +3 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix};$ $\underline{s = +1}$	II: $+6 + 0 \cdot s = +6 - 4 \cdot t$ $\underline{t = 0}$ $S = \begin{pmatrix} +6 \\ +6 \\ +1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ +7 \end{pmatrix}$ $S = \begin{pmatrix} +6 \\ +6 \\ +1 \end{pmatrix} +$ $\underline{S = (+5 / +6 / +8)}$	$S = \begin{pmatrix} +5 \\ +6 \\ +8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +3 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ $S = \begin{pmatrix} +5 \\ +6 \\ +8 \end{pmatrix} +$ $\underline{S = (+5 / +6 / +8)}$ Die Geraden sind zueinander
$g: X = \begin{pmatrix} +3 \\ +2 \\ +6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \\ +4 \end{pmatrix}; h: X = \begin{pmatrix} -2 \\ +6 \\ +9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +4 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix};$ $\underline{s = +1}$	$\vec{g} = \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \\ +4 \end{pmatrix}$ $\vec{h} = \begin{pmatrix} +4 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{h} = (-2) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ +2 \\ +4 \end{pmatrix}$	Die Richtungsvektoren \vec{g} und \vec{h} sind zueinander Die Geraden sind zueinander