

Funktionen – Differentialrechnungen

Lösungsblatt 2

Der Graph der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ geht durch den Punkt $P(+2/+3)$ und hat den Wendepunkt in $W(0/+1)$. Die Wendetangente hat eine Steigung von $k = -3$. Wie lautet die Funktionsgleichung von f ?

Angabe:

$f(x): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x): y' = 3ax^2 + 2.bx + c$

$f''(x): y'' = 3.2ax + 2.b$

I: $+3 = a.2^3 + b.2^2 + c.2 + d$
 II: $+1 = a.0^3 + b.0^2 + c.0 + d$
 III: $-3 = 3a.0^2 + 2.b.0 + c$
 IV: $0 = 6a.0 + 2.b$

Bedingung:

Der Punkt $P \in f(x): P(+2/+3)$

Der Punkt $W \in f(x): W(0/+1)$

Steigung der Wendetangente
 $\rightarrow k = -3; \rightarrow W(0/+1);$

Der Punkt $W(0/+1)$ wird mit der Ableitung $f''(x)$ ermittelt: $y'' = 0$

I: $3 = 8.a + 4.b + 2.c + d$
 II: $1 = 0.a + 0.b + 0.c + d$
 III: $-3 = 0.a + 0.b + c$
 IV: $0 = 0.a + 2.b$

II: $\rightarrow d = +1$
 III: $\rightarrow c = -3$
 IV: $\rightarrow b = 0$

Gleichung:

$f(x): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

I: $+3 = a.2^3 + b.2^2 + c.2 + d$

$f'(x): y' = 3ax^2 + 2.bx + c$

II: $+1 = a.0^3 + b.0^2 + c.0 + d$

$y' = 3ax^2 + 2.bx + c$

III: $-3 = 3a.0^2 + 2.b.0 + c$

$y'' = 3.2ax + 2.b$

IV: $0 = 6a.0 + 2.b$

I: $3 = 8.a + 4.b + 2.c + d$
 $3 = 8.a + 4.0 + 2.(-3) + 1$
 $8.a = +8; \rightarrow a = +1$

$\rightarrow f(x): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $\rightarrow y = 1 . x^3 + 0 . x^2 - 3.x + 1$

Die Funktionsgleichung lautet:
 $f(x): y = x^3 - 3x + 1$

Der Graph der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: y = ax^3 + bx^2$ hat den Extrempunkt $E(+2/+4)$. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von f !

Angabe:

$f(x): y = ax^3 + bx^2$

$f'(x): y' = 3.a.x^2 + 2.b.x$

I: $+4 = a.2^3 + b.2^2$
 II: $0 = 3.a.2^2 + 2.b.2$
 I: $8.a + 4.b = +4 \quad | \cdot (-1)$
 II: $12.a + 4.b = 0$
 I: $-8.a - 4.b = -4$
 II: $12.a + 4.b = 0$
 $+4.a = -4 \quad | : +4$
 $a = -1$

Bedingung:

Der Punkt $E \in f(x): E(+2/+4)$

Der Punkt $E(+2/+4)$ wird mit der Ableitung $f'(x)$ ermittelt: $y' = 0$

I: $8.a + 4.b = +4$
 $8.(-1) + 4.b = +4$
 $+4.b = +12 \quad | : +4$
 $b = +3$

Gleichung:

$f(x): y = ax^3 + bx^2$

I: $+4 = a.2^3 + b.2^2$

$f'(x): y' = 3.a.x^2 + 2.b.x$

II: $0 = 3.a.2^2 + 2.b.2$

$\rightarrow f(x): y = a.x^3 + b.x^2$
 $\rightarrow y = (-1).x^3 + 3.x^2$

Die Funktionsgleichung lautet:
 $f(x): y = -x^3 + 3x^2$