

# Die Ebene im Raum – Parameterdarstellung

Lösungsblatt 1

Durch Angabe von drei Punkten (in der Regel: A, B und C) sind  
ein **Dreieck(sgebiet)** und  
die **Trügereben**  $\varepsilon$  festgelegt.

Die Parameterdarstellung einer Ebene im Raum lautet daher:  $\mathbf{X} = \mathbf{A} + s \cdot \vec{\mathbf{a}} + t \cdot \vec{\mathbf{b}}$

Die Ebene  $\varepsilon$  wird durch die Punkte A (1/-4/0), B (4/-2/0) und C(4/7/3) festgelegt.

Gebe Sie die Parameterdarstellung dieser Ebene an!

$$\begin{aligned} \varepsilon: \mathbf{X} = \mathbf{A} + s \cdot \vec{\mathbf{c}} + t \cdot \vec{\mathbf{b}} &\rightarrow \overline{\mathbf{AB}} = \vec{\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} +4 - 1 \\ -2 - (-4) \\ 0 - 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix} \\ &\rightarrow \overline{\mathbf{AC}} = \vec{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} +4 - 1 \\ +7 - (-4) \\ +3 - 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix} \\ \varepsilon: \mathbf{X} &= \begin{vmatrix} +1 \\ -4 \\ 0 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} +3 \\ +11 \\ +3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Die Ebene  $\varepsilon$  wird durch die Punkte A (4/-2/3), B (8/3/-5) und C(4/7/3) festgelegt.

Gebe Sie die Parameterdarstellung dieser Ebene an!

$$\begin{aligned} \varepsilon: \mathbf{X} = \mathbf{B} + s \cdot \vec{\mathbf{c}} + t \cdot \vec{\mathbf{a}} &\rightarrow \overline{\mathbf{BA}} = \vec{\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} +4 - 8 \\ -2 - 3 \\ +3 - (-5) \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} -4 \\ -5 \\ +8 \end{vmatrix} \\ &\rightarrow \overline{\mathbf{BC}} = \vec{\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} +4 - 8 \\ +7 - 3 \\ +3 - (-5) \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} -4 \\ +4 \\ +8 \end{vmatrix} \\ \varepsilon: \mathbf{X} &= \begin{vmatrix} +8 \\ +3 \\ -5 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} -4 \\ -5 \\ +8 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} -4 \\ +4 \\ +8 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Die Ebene  $\varepsilon$  wird durch die Punkte A (8/3/-5), B (6/2/-4) und C(4/-2/0) festgelegt.

Gebe Sie die Parameterdarstellung dieser Ebene an!

$$\begin{aligned} \varepsilon: \mathbf{X} = \mathbf{C} + s \cdot \vec{\mathbf{a}} + t \cdot \vec{\mathbf{b}} &\rightarrow \overline{\mathbf{CB}} = \vec{\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} +6 - 4 \\ +2 - (-2) \\ -4 - 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} +2 \\ +4 \\ -4 \end{vmatrix} \\ &\rightarrow \overline{\mathbf{CA}} = \vec{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} +8 - 4 \\ +3 - (-2) \\ -5 - 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \\ -5 \end{vmatrix} \\ \varepsilon: \mathbf{X} &= \begin{vmatrix} +4 \\ -2 \\ 0 \end{vmatrix} + s \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ +4 \\ -4 \end{vmatrix} + t \cdot \begin{vmatrix} +4 \\ +5 \\ -5 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Anmerkung: Ist  $\overline{\mathbf{AB}}$  zu  $\overline{\mathbf{AC}}$  kollinear, so spannt das Dreieck keine Ebene auf. Man sagt: Das „Dreieck“ ist entartet.

$$\text{Beispiel: } \overline{\mathbf{AB}} = \begin{vmatrix} +2 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \overline{\mathbf{AC}} = \begin{vmatrix} +4 \\ -2 \\ -2 \end{vmatrix} \rightarrow \overline{\mathbf{AC}} = 2 \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix}; \quad \overline{\mathbf{AB}} \text{ und } \overline{\mathbf{AC}} \text{ haben die selbe Richtung!}$$