Die Ebene im Raum – Lagebeziehung einer Geraden zu einer Ebene

Arbeitsblatt 1

Lagebeziehung zwischen einer Geraden g und einer Ebene ε:

schneidend → *wenn* $g \cap \varepsilon = \{S\}$; → ***ein Schnittpunkt!***
Wenn der Normalvektor der Ebene ε und der Richtungsvektor der Geraden g einen rechten Winkel bilden, → $\vec{n} \cdot \vec{g} = 0$ → ***liegt g parallel zu ε*** *X → ist ein Element von g* *X → ist kein Element von ε* → ***liegt g in ε*** *X → ist ein Element von g* *X → ist ein Element von ε*

Untersuchen Sie in den folgenden Beispielen die Lage der gegebenen Geraden g und zu einer Ebene! Berechnen Sie auch den Schnittwinkel φ, der vom Normalvektor der Ebene und dem Richtungsvektor der Geraden eingeschlossen wird!

$$g: X = \begin{pmatrix} +1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \\ +3 \end{pmatrix} \quad \cap \quad \varepsilon: 2x - 4y + z = -3;$$

....

$x = +1 + 4 \cdot t \qquad 2 \cdot (+1 + 4t) - 4 \cdot (-2 + 2t) - 4 + 3t = -3$

$y = -2 + 2 \cdot t$

$z = -4 + 3 \cdot t \qquad \rightarrow \underline{t = -3}$

$x = +1 + 4 \cdot (-3); \quad \rightarrow \underline{x = -11}$

$y = -2 + 2 \cdot (-3); \quad \rightarrow \underline{y = \quad}$

$z = -4 + 3 \cdot (-3); \quad \rightarrow \underline{z = \quad}$

Schnittpunkt: **S(– 11 / ____ / ____)**

$\vec{n} = \begin{pmatrix} +2 \\ -4 \\ +1 \end{pmatrix}; \quad |\vec{n}| = \sqrt{\qquad\qquad} = \underline{\sqrt{21}}$

$\vec{g} = \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \\ +3 \end{pmatrix}; \quad |\vec{g}| = \sqrt{\qquad\qquad} = \underline{\sqrt{29}}$

$\vec{n} \cdot \vec{g} = \begin{pmatrix} +2 \\ -4 \\ +1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} +4 \\ +2 \\ +3 \end{pmatrix} = (\qquad\qquad) = \underline{+3}$

$\cos \varphi = \frac{\vec{n} \cdot \vec{g}}{|\vec{n}| \cdot |\vec{g}|} \rightarrow \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{29}};$

$\underline{\varphi = \qquad °}$

Schnittwinkel = Komplementärwinkel:

$\alpha = 90° - 83° = \underline{\quad °}$

$$g: X = \begin{pmatrix} -4 \\ +2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +2 \\ -4 \\ +6 \end{pmatrix} \quad \cap \quad \varepsilon: 2x + 4y + 2z = 10;$$

....

$\varepsilon: 2x + 4y + 2z = 10$

$$g: X = \begin{pmatrix} +1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} +3 \\ +2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \cap \quad \varepsilon: 6x - 9y + 27z = 42;$$

....

$\varepsilon: 6x - 9y + 27z = 42$