

Exponentialgleichungen – Wachstum und Abnahme

Lösungsblatt 1

Radioaktives Kobalt hat eine Halbwertszeit von 5,3 Jahren. Nach wie viel Jahren sind nur noch 10 % des freigesetzten Kobalts vorhanden?

Hinweis! $\pm \lambda$ ist der Wachstumsfaktor (+)/Zerfallsfaktor (–) und muss aus den Angaben berechnet werden!

$$\begin{aligned} \frac{K}{2} &= K \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ \frac{K}{2} &= K \cdot e^{-\lambda \cdot 5,3} \quad | : K \\ e^{-\lambda \cdot 5,3} &= \frac{1}{2}; \quad \rightarrow e^{-\lambda \cdot 5,3} = 0,5; \\ -\lambda \cdot 5,3 \cdot \ln e &= \ln 0,5 \quad | : -5,3 \quad \text{!! } \underline{\ln e = 1} \text{ !!} \\ \lambda &= \frac{\ln 0,5}{-5,3} \\ \lambda &= +0,1307824 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K \cdot 10\% &= K \cdot 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ 10 &= 100 \cdot e^{-0,1307824 \cdot t} \quad | : 100 \\ e^{-0,1307824 \cdot t} &= 0,1 \\ -0,1307824 \cdot t \cdot \ln e &= \ln 0,1 \quad | : -0,13... \\ t &= \frac{\ln 0,1}{-0,1307824} \\ t &= \text{nach } \underline{17,6 \text{ Jahren}} \end{aligned}$$

Das Schädlingsbekämpfungsmittel DDT hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Nach wie viel Jahren sind nur noch 40 % einer verwendeten Menge DDT vorhanden?

$$\begin{aligned} \frac{DDT}{2} &= DDT \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ \frac{DDT}{2} &= DDT \cdot e^{-\lambda \cdot 30} \quad | : DDT \\ e^{-\lambda \cdot 30} &= \frac{1}{2}; \quad \rightarrow e^{-\lambda \cdot 30} = 0,5; \\ -\lambda \cdot 30 \cdot \ln e &= \ln 0,5 \quad | : -30 \quad \text{!! } \underline{\ln e = 1} \text{ !!} \\ \lambda &= \frac{\ln 0,5}{-30} \\ \lambda &= +0,0231049 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K \cdot 40\% &= K \cdot 100\% \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ 40 &= 100 \cdot e^{-0,0231049 \cdot t} \quad | : 100 \\ e^{-0,0231049 \cdot t} &= 0,4 \\ -0,0231049 \cdot t \cdot \ln e &= \ln 0,4 \quad | : -0,023... \\ t &= \frac{\ln 0,4}{-0,0231049} \\ t &= \text{nach } \underline{39,65 \text{ Jahren}} \end{aligned}$$

Die Bakterien des Zahnbelags vermehren sich sehr rasch, sie verdoppeln sich alle 15 Minuten. Wie viele Bakterien entstehen innerhalb eines Tages aus einer Bakterie?

24 Stunden >>> 1440 min : 15 min = 96;

$$B_{24} = (1+1)^{96}$$

$$B_{24} = 2^{96}; \quad \underline{B_{24} = 7,92 \cdot 10^{28}} \quad \text{In 24 Stunden sind es } \underline{7,92 \cdot 10^{28}} \text{ Bakterien.}$$

Bei regelmäßiger Zahnpflege verdoppeln sich die Bakterien innerhalb von 120 Minuten. Wie viele Bakterien entstehen innerhalb eines Tages aus einer Bakterie?

24 Stunden >>> 1440 min : 120 min = 12;

$$B_{24} = (1+1)^{12}$$

$$B_{24} = 2^{12}; \quad \underline{B_{24} = 4096} \quad \text{In 24 Stunden sind es } \underline{4096} \text{ Bakterien.}$$