Abstandsberechnung – Abstand zwischen zwei Ebenen

Lösungsblatt 1

Der Abstand zwischen den Ebenen ε_1 und ε_2 wird mit der Distanzformel $\mathbf{d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_2)_0|}$ *berechnet.*

Erklärung:

P ist ein beliebiger Punkte von ε_1 und A ist ein beliebiger Punkt von ε_2. Die Punkte müssen die Gleichungen der Ebenen erfüllen. $(\vec{n}_0)_2$ ist der Einheitsvektor des Normalvektors der ***Ebene 2****.*

Berechnen Sie in den folgenden Beispielen den Abstand der beiden Ebenen, die zueinander parallel liegen!

$\varepsilon_1: +2x - y + 2z = +6;$ P(+ 3/+ 6/+ 3);

$\varepsilon_2: -4x + 2y - 4z = +10;$ A(– 4/+ 1/+ 2)

$\varepsilon_1: +2 \cdot 3 - 6 + 2 \cdot 3 = +6; \quad \rightarrow \quad +6 = +6$

$\varepsilon_2: -4 \cdot (-4) + 2 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = +10; \quad \rightarrow \quad +10 = +10$

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3-(-4) \\ +6-1) \\ +3-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +7 \\ +5 \\ +1 \end{vmatrix};$$

$$(\vec{n}_0)_2 = \frac{(\vec{n})2}{|\vec{n}|2}; \quad \rightarrow \quad (\vec{n})_2 = \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow \quad |\vec{n}|_2 = \sqrt{16+4+16} = \sqrt{36} = 6;$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_0)_2|$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = \left| \begin{vmatrix} +7 \\ +5 \\ +1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix} : 6 \right|$$

$$d = |(-28 + 10 - 4) : 6| = \frac{22}{6} = 3\tfrac{2}{3} \text{ LE};$$

(Längeneinheiten)

$\varepsilon_1: +2x - 2y + z = +1;$ P(+ 3/+ 3/+ 1);

$\varepsilon_2: +2x - 2y + z = +28;$ A(+ 6/– 6/+ 4)

$\varepsilon_1: +2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 1 = +1; \quad \rightarrow \quad +1 = +1$

$\varepsilon_2: +2 \cdot 6 - 2 \cdot (-6) + 4 = +28; \quad \rightarrow \quad +28 = +28$

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3-6 \\ +3-(-6) \\ +1-4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 \\ +9 \\ -3 \end{vmatrix};$$

$$(\vec{n}_0)_2 = \frac{(\vec{n})2}{|\vec{n}|2}; \quad \rightarrow \quad (\vec{n})_2 = \begin{vmatrix} +2 \\ -2 \\ +1 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow \quad |\vec{n}|_2 = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3;$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_0)_2|$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = \left| \begin{vmatrix} -3 \\ +9 \\ -3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} +2 \\ -2 \\ +1 \end{vmatrix} : 3 \right|$$

$$d = |(-6 - 18 - 3) : 3| = \frac{27}{3} = 9 \text{ LE};$$ *(Längeneinheiten)*

$\varepsilon_1: +2x - y + 2z = +6;$ P(+ 3/+ 6/+ 3);

$\varepsilon_2: -4x + 2y - 4z = +9;$ A(0/+ 4,5/0)

$\varepsilon_1: +2 \cdot 3 - 6 + 2 \cdot 3 = +6; \quad \rightarrow \quad +6 = +6$

$\varepsilon_2: -4 \cdot 0 + 2 \cdot 4{,}5 - 4 \cdot 0 = +9; \quad \rightarrow \quad +9 = +9$

$$\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} +3-0 \\ +6-4{,}5 \\ +3-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} +3 \\ +1{,}5 \\ +3 \end{vmatrix};$$

$$(\vec{n}_0)_2 = \frac{(\vec{n})2}{|\vec{n}|2}; \quad \rightarrow \quad (\vec{n})_2 = \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix};$$

$$\rightarrow \quad |\vec{n}|_2 = \sqrt{16+4+16} = \sqrt{36} = 6;$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = |\overrightarrow{AP} \cdot (\vec{n}_0)_2|$$

$$d(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = \left| \begin{vmatrix} +3 \\ +1{,}5 \\ +3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -4 \\ +2 \\ -4 \end{vmatrix} : 6 \right|$$

$$d = |(-12 + 3 - 12) : 6| = \frac{21}{6} = 3\tfrac{1}{2} \text{ LE};$$

(Längeneinheiten)
