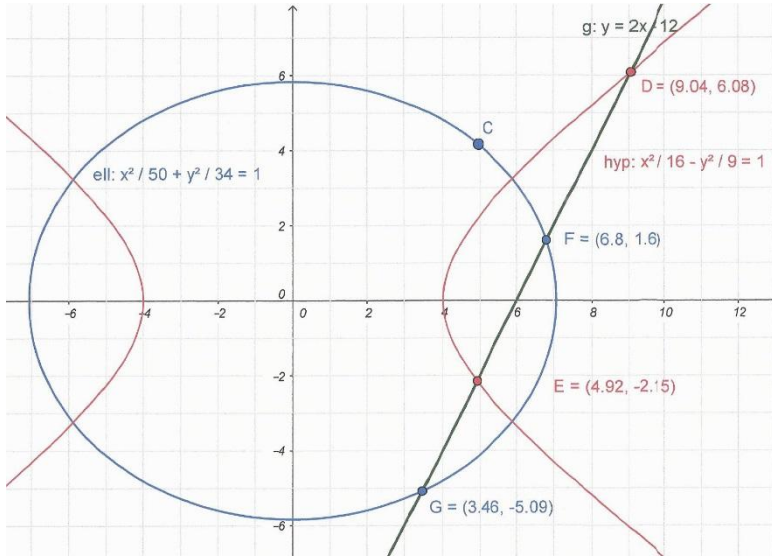


Gleichungen – Schnitt- und Berührungsaufgaben

Lösungsblatt 1



Gegeben sind folgende Gleichungen:

$$\text{ell: } \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{34} = 1;$$

$$\text{hyp: } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1;$$

In welchen Punkten schneidet die Gerade die Ellipse bzw die Hyperbel?

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte!

ell:

$$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{34} = 1$$

$$34x^2 + 50y^2 = 1700 \rightarrow \text{ell} \cap g$$

$$34x^2 + 50 \cdot (4x^2 - 48x + 144) = 1700$$

$$17x^2 + 25 \cdot (4x^2 - 48x + 144) = 850$$

$$17x^2 + 100x^2 - 1200x + 3600 = 850$$

$$117x^2 - 1200x + 2750 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1200 \pm \sqrt{(1200)^2 - 4 \cdot 117 \cdot 2750}}{2 \cdot 117}$$

$$x_{1,2} = \frac{1200 \pm \sqrt{153000}}{234}$$

$$x_{1,2} = \frac{1200 \pm 319,15}{234}$$

$$x_{1,2} = \frac{1200 \pm 319,15}{234}$$

$$\underline{x_1 = 6,79} \quad \underline{x_2 = 3,45}$$

Schnittpunkte der Ellipse: F und G:

$$y = 2x - 12$$

$$y_1 = 2 \cdot 6,79 - 12$$

$$\underline{y_1 = 1,58} \quad \underline{F: (6,8/1,6)}$$

$$y_2 = 2 \cdot 3,45 - 12$$

$$\underline{y_2 = -5,1} \quad \underline{G: (3,45/-5,1)}$$

hyp:

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$9x^2 - 16y^2 = 144 \rightarrow \text{hyp} \cap g$$

$$9x^2 - 16 \cdot (4x^2 - 48x + 144) = 144$$

$$9x^2 - 64x^2 + 768x - 2304 = 144$$

$$-55x^2 + 768x - 2448 = 0$$

$$55x^2 - 768x + 2448 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_{1,2} = \frac{768 \pm \sqrt{(768)^2 - 4 \cdot 55 \cdot 2448}}{2 \cdot 55}$$

$$x_{1,2} = \frac{768 \pm \sqrt{51264}}{110}$$

$$x_{1,2} = \frac{768 \pm 226,41}{110}$$

$$x_{1,2} = \frac{768 \pm 226,41}{110}$$

$$\underline{x_1 = 9,04} \quad \underline{x_2 = 4,92}$$

Schnittpunkte der Hyperbel: D und E:

$$y = 2x - 12$$

$$y_1 = 2 \cdot 9,04 - 12$$

$$\underline{y_1 = 6,08} \quad \underline{D: (9,04/6,08)}$$

$$y_2 = 2 \cdot 4,92 - 12$$

$$\underline{y_2 = -2,16} \quad \underline{E: (4,92/-2,16)}$$

$$g: y = 2x - 12;$$

$$y^2 = 4x^2 - 48x + 144$$