

Gleichungen – Schnitt- und Berührungsaufgaben

Arbeitsblatt 2

Berührungsbedingungen (BB) für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse: $d^2 = a^2 \cdot k^2 + b^2$

Hyperbel: $d^2 = a^2 \cdot k^2 - b^2$

Parabel: $p = 2 \cdot k \cdot d$

Spaltform der Tangentengleichungen für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse:

$t_{ell}: b^2 \cdot x \cdot x_T + a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Hyperbel:

$t_{hyp}: b^2 \cdot x \cdot x_T - a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Parabel:

$t_{par}: y y_T = p \cdot (x + x_T)$

Wie lauten die Gleichungen der Tangenten, die vom Punkt $P(18/-9)$ an die Ellipse $ell: x^2 + 2y^2 = 54$ gelegt werden können? $t_{ell}: y = k \cdot x + d$

BB: $d^2 = a^2 \cdot k^2 + b^2$;

$x^2 + 2y^2 = 54 \rightarrow \frac{x^2}{54} + \frac{2y^2}{54} = 1$
 $a^2 = 54$; $b^2 = 27$;

$t_{ell}: y = k \cdot x + d \rightarrow P(18/-9); P \in t$
 $-9 = k \cdot 18 + d \rightarrow d = -18 \cdot k - 9$

$d^2 = a^2 \cdot k^2 + b^2$

$\parallel k_1 = -0,2; \quad k_2 = -1;$

\parallel

$\parallel d = -18 \cdot k - 9$

$\parallel d_1 =$

$\rightarrow d_1 = -5,4$

$\parallel d_2 =$

$\rightarrow d_2 = +9$

$t_{ell}: (\text{vom Punkt } P) \quad y = k \cdot x + d: \quad \underline{t_{ell}: y = -0,2x - 5,4}$

$k_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{20} \quad k_{1,2} = \frac{-12 \pm 8}{20}$

$\underline{t_{ell}: y = -x + 9}$

Berechnung der Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2

$ell: x^2 + 2y^2 = 54 \cap \underline{t_{ell}: y = -0,2x - 5,4}$
 $x = -5y - 27$

$ell: x^2 + 2y^2 = 54 \cap \underline{t_{ell}: y = -x + 9}$
 $x = -y + 9$

$(-5y - 27)^2 + 2y^2 = 54$

$\underline{y = -5}$

$x = -5y - 27$

$\underline{x = -2}$

$\underline{T_1 = (-2/-5)}$

$\underline{y = +3}$

$x = -y + 9$

$\underline{x = +6}$

$\underline{T_2 = (+6/+3)}$