

Gleichungen – Schnitt- und Berührungsaufgaben

Lösungsblatt 4

Berührungsbedingungen (BB) für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse: $d^2 = a^2 \cdot k^2 + b^2$

Hyperbel: $d^2 = a^2 \cdot k^2 - b^2$

Parabel: $p = 2 \cdot k \cdot d$

Spaltform der Tangentengleichungen für Kegelschnitte in 1. Hauptlage:

Ellipse:

$t_{\text{ell}}: b^2 \cdot x \cdot x_T + a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Hyperbel:

$t_{\text{hyp}}: b^2 \cdot x \cdot x_T - a^2 \cdot y \cdot y_T = a^2 \cdot b^2$

Parabel:

$t_{\text{par}}: yy_T = p \cdot (x + x_T)$

Wie lauten die Gleichungen der Tangenten, die vom Punkt $P(-10/0)$ an die Parabel $\text{par}: y^2 = 4x$ gelegt werden können?

$$t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d$$

BB: $p = 2 \cdot k \cdot d$;

$$\text{par}: y^2 = 4x \rightarrow p = 2$$

$$t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d \rightarrow P(-10/0); P \in t$$

$$0 = k \cdot (-10) + d \rightarrow d = 10 \cdot k$$

$$p = 2 \cdot k \cdot d$$

$$2 = 2 \cdot k \cdot 10k$$

$$20 \cdot k^2 = 2 \quad | : 20$$

$$k^2 = 0,1$$

$$k_{1,2} = \pm 0,316$$

$$\parallel d = 10 \cdot k$$

$$\parallel d_{1,2} = \pm 3,16$$

$$\parallel t_{\text{par}}: y = k \cdot x + d$$

$$\parallel t_{\text{par}}: y = +0,316x + 3,16$$

$$\parallel t_{\text{par}}: y = -0,316x - 3,16$$

Berechnung der Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2

$$\text{par}: y^2 = 4x \cap t_{\text{par}}: y = +0,316x + 3,16 \quad \text{par}: y^2 = 4x \cap t_{\text{par}}: y = -0,316x - 3,16$$

$$(+0,316x + 3,16)^2 = 4x$$

$$(-0,316x - 3,16)^2 = 4x$$

$$0,1x^2 + 2x + 10 = 4x$$

$$0,1x^2 + 2x + 10 = 4x \quad | \cdot 10$$

$$x^2 + 20x + 100 = 40x \rightarrow x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$y^2 = 4 \cdot x \rightarrow y^2 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 - 100} \rightarrow x = +10$$

$$y_{1,2} = \pm 6,32$$

$$T_1 = (+10 / +6,32); T_2 = (+10 / -6,32)$$

