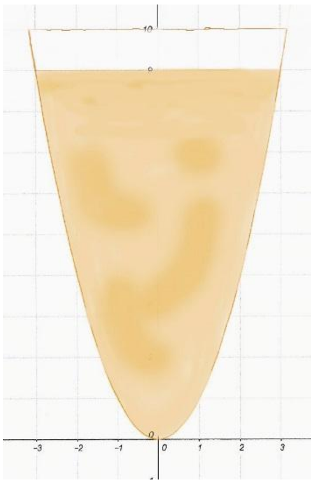
Funktionen – Anwendung der Integralrechnen – Volumen von Rotationskörpern

Lösungsblatt 5

Der Kelch eines Glases ist 10 cm hoch und er hat die Form einer rotierenden Parabel f(x): $x^2 = y$. Berechnen Sie, wieviel cm^3 Flüssigkeit der Kelch beinhaltet, wenn er 9 cm hoch gefüllt ist!



Intervall y = 9!

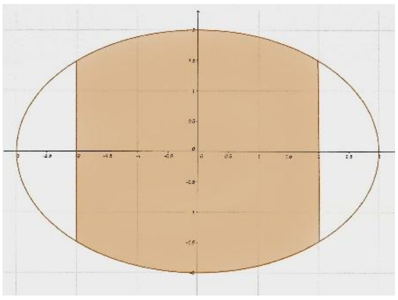
$x^2 = y$

$V = \pi \cdot \int_a^b x^2 \cdot dx = \pi \cdot \int_0^{+9} y \cdot dx = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} y^2\right)\Big|_0^{+9} =$

$= \pi \cdot \left(\frac{81}{2}\right) - 0 = 40{,}5 \cdot \pi = \underline{\mathbf{127{,}23\ cm^3}}$

Der Kelch ist mit **127,23 cm³** Flüssigkeit gefüllt.

Ein Fass hat die Form einer um die x-Achse rotierenden Ellipse: e: $4x^2 + 9y^2 = 36$. Berechnen Sie das Volumen des Fasses, wenn als Intervall (-2; +2) angenommen werden. Die Maßangaben sind in m!



$\underline{\epsilon:\ 4x^2 + 9y^2 = 36} \rightarrow$ Intervall: (-2; +2) → siehe Skizze!

$\rightarrow\ y^2 = 4 - \frac{4}{9} x^2$

<u>Rotation um die x–Achse</u>:

$V = \pi \cdot \int_{-a}^{+a} y^2 \cdot dx = \pi \cdot \int_{-2}^{+2} \left(4 - \frac{4}{9} x^2\right) \cdot dx =$

$= \pi \cdot \left(4x - \frac{4}{9 \cdot 3} x^3\right)\Big|_{-2}^{+2} =$

$= \pi \cdot \left[\left(8 - \frac{32}{27}\right) - \left(-8 + \frac{32}{27}\right)\right] =$

$= \pi \cdot \left[\left(\frac{216-32}{27}\right) - \left(\frac{-216+32}{27}\right)\right] = \frac{368}{27} \cdot \pi =$

$V = \underline{42{,}81\ m^3 = 42810\ \text{Liter}}$

In das Fass passen 42810 Liter Flüssigkeit.

Autor: Robert Kohout | **Thema:** Funktionen, Integralrechnungen, Volumen, Rotationskörper, Ellipse, Parabel
© 2017 mathe-lexikon.at. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Die Bedingungen für die Weitergabe/Vervielfältigung dieses Dokuments finden Sie unter: http://agb.mathe-lexikon.at